MATEMÁTICA - 3º ciclo
Áreas e Volumes (9º ano)
Propostas de resolução

Exercícios de provas nacionais e testes intermédios

1. Considerando a expressão para o volume, V, de um tronco de pirâmide quadrangular regular, $V = \frac{h}{3}(L^2 + L \times l + l^2)$, temos para o tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$, que

$$L = \overline{AB} = 8 \text{ cm e } l = \overline{FG} = 3 \text{ cm}$$

Para determinar a medida h, consideramos o ponto K, o centro do quadrado $[EFGH]$, e temos que $\overline{IJ} = \overline{IK} + \overline{KJ}$, pelo que

$$h = \overline{IJ} - \overline{IK}$$

Como $\overline{IK}$ é a altura da pirâmide $[EFGHI]$, que tem volume 6 cm^3, podemos calcular $\overline{IK}$ recorrendo à expressão do volume da pirâmide:

$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_b \times a = \frac{1}{3} \times \overline{FG}^2 \times \overline{IK}$$

Substituindo os valores conhecidos, vem

$$6 = \frac{1}{3} \times 3^2 \times \overline{IK} \Leftrightarrow 6 = \frac{9}{3} \times \overline{IK} \Leftrightarrow 6 = 3 \times \overline{IK} \Leftrightarrow \frac{6}{3} = \overline{IK} \Leftrightarrow 2 = \overline{IK}$$

Logo, vem que $h = \overline{IJ} - \overline{IK} = 15 - 2 = 13$
E assim, recorrendo à expressão do volume do tronco de pirâmide quadrangular para calcular o volume em cm^3, do tronco de pirâmide $[ABCDEFGH]$, e arredondando o resultado às unidades, temos:

$$V_{[ABCDEFGH]} = \frac{13}{3}(64 + 24 + 9) = \frac{13}{3} \times 97 = \frac{1261}{3} \approx 420 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3º Ciclo – 2015, Época especial

2. Como a altura do prisma $[LKNMHGJI]$ é $\frac{2}{3}$ da altura dos outros dois prismas, podemos considerar o sólido composto por 8 prismas com alturas e bases iguais entre si (como se ilustra na figura seguinte), e cujas bases são também iguais às bases dos três prismas descritos no enunciado, ou seja, bases com área s

Assim, cada um destes 8 prismas tem $\frac{1}{8}$ do volume do sólido:

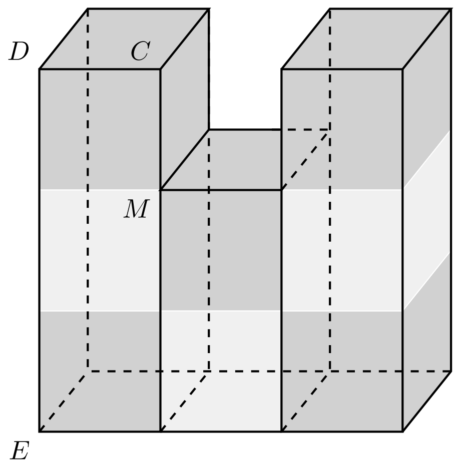
$$\frac{248}{8} = 31 \text{ cm}^3$$

Temos ainda que a altura de cada um destes 8 prismas é,

$$\overline{CM} = \frac{\overline{DE}}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ cm}$$

Assim, o volume (V_8) de cada um destes 8 prismas pode ser calculado como $V_8 = s \times \overline{CM}$, e substituindo os valores calculados antes vem

$$V_8 = s \times \overline{CM} \Leftrightarrow 31 = s \times 3 \Leftrightarrow \frac{31}{3} = s$$



Pelo que, arredondando a área s das bases dos prismas às décimas (em centímetros quadrados) é

$$s = \frac{31}{3} \approx 10,3 \text{cm}^2$$

Prova Final 3º Ciclo – 2015, 2ª fase

3. O volume total do sólido (V_T) pode ser calculado como a soma dos volumes da semiesfera (V_{SE}) e do cilindro (V_C).
Calculando o volume da semiesfera, temos:

$$V_{SE} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2} = \frac{4\pi \times 3^3}{6} = \frac{4\pi \times 27}{6} = \frac{4\pi \times 27}{6} = 18\pi \text{ cm}^3$$

Podemos calcular $A_\circ$, a área da base do cilindro, como

$$A_\circ = \pi r^2 = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

Assim, designado por $\overline{BC}$ a altura do cilindro, o volume do cilindro V_C, é dado por

$$V_C = A_\circ \times h = 9\pi \times \overline{BC} \text{ cm}^3$$

Logo, como o volume total é 258 cm^3, temos que

$$V_T = V_{SE} + V_C \Leftrightarrow 258 = 18\pi + 9\pi \times \overline{BC} \Leftrightarrow 258 - 18\pi = 9\pi \times \overline{BC} \Leftrightarrow \frac{258 - 18\pi}{9\pi} = \overline{BC}$$

Pelo que o valor da altura do cilindro, $\overline{BC}$, arredondado às décimas é de

$$\overline{BC} \approx 8,1 \text{ cm}$$

Prova Final 3º Ciclo – 2015, 1ª fase

4. Como o terraço foi pavimentado com 400 ladrilhos quadrados, cada um com 9 dm^2 de área, a área do terraço (A_T) é dada por

$$A_T = 400 \times 9 = 3600 \text{ dm}^2$$

Como o mesmo terraço, pode ser pavimentado com 225 ladrilhos, iguais entre si, a área (A_L) de cada um destes ladrilhos pode ser calculada como

$$A_L = \frac{3600}{225} = 16 \text{ dm}^2$$

Como estes ladrilhos são quadrados, o comprimento dos lados (l_L) de cada um destes ladrilhos é

$$l_L = \sqrt{16} = 4 \text{ dm}^2$$

Prova Final 3º Ciclo - 2015, 1ª fase

5. Tendo em conta os dados do enunciado podemos calcular A_{SC}, a área do semicírculo, como

$$A_{SC} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \times 5^2}{2} = \frac{25\pi}{2} \text{ cm}^2$$

Podemos igualmente calcular $A_{[ABC]}$, a área do triângulo $[ABC]$, observando que a medida da base é o dobro do raio ($\overline{AC} = 2 \times r = 2 \times 5 = 10$ cm), pelo que

$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{BD}}{2} = \frac{10 \times 4}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

E assim, A_S, a área sombreada é a diferença das áreas do semicírculo e do triângulo $[ABC]$, pelo que, fazendo os cálculos e arredondando o resultado às décimas, vem:

$$A_S = A_{SC} - A_{[ABC]} = \frac{25\pi}{2} - 20 \approx 19,3 \text{ cm}^2$$

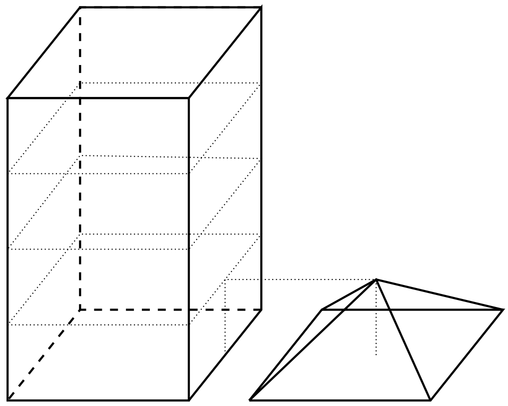
Prova Final 3º Ciclo - 2015, 1ª fase

6. O volume de um prisma com a altura da pirâmide é $\frac{V}{4}$

O volume da pirâmide é um terço do prisma anterior, ou seja, $V' = \frac{\frac{V}{4}}{3} = \frac{V}{12}$

Assim, temos que

$$\frac{V'}{V} = \frac{\frac{V}{12}}{V} = \frac{V}{12V} = \frac{1}{12}$$



Prova Final 3º Ciclo – 2014, 2ª chamada

7. O volume total (V_T) do sólido pode ser calculado como a soma dos volumes do paralelepípedo retângulo (V_{PR}) e do prisma triangular (V_{PT}).
Calculando o volume do paralelepípedo retângulo, temos:

$$V_{PR} = \overline{DE} \times \overline{DJ} \times \overline{CD} = 15 \times 15 \times 6 = 1350$$

Calculando o volume do prisma triangular, considerando como base o triângulo $[ABC]$ e a altura a medida da aresta $[CI]$, como $\overline{CI} = \overline{DJ}$ e $\overline{AC} = \overline{DE}$, vem

$$V_{PT} = A_{[ABC]} \times \overline{DJ} = \frac{\overline{AC} \times h}{2} \times \overline{DJ} = \frac{15 \times 6}{2} \times 15 = 15 \times 3 \times 15 = 675$$

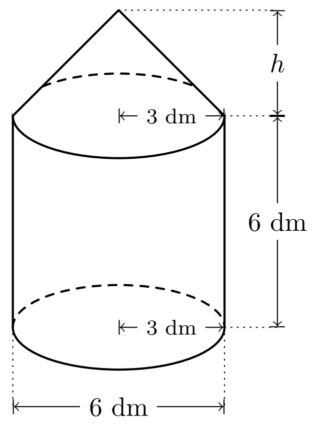
Assim, temos que

$$V_T = V_{PR} + V_{PT} = 1350 + 675 = 2025$$

Logo o volume total do sólido é 2025 cm^3

Prova Final 3º Ciclo – 2014, 1ª chamada

8. Calculando o volume do cilindro (V_{Ci}), em decímetros cúbicos, cujo raio é $\frac{6}{2} = 3$ dm (porque o diâmetro é 6), vem que:



$$V_{Ci} = A_{\text{Base}} \times \text{altura} = \pi \times 3^2 \times 6 = \pi \times 9 \times 6 = 54\pi$$

Logo temos que o volume do cone (V_{Co}), em decímetros cúbicos, é a diferença entre o volume total do sólido (V_T) e o volume do cilindro:

$$V_{Co} = V_T - V_{Ci} = 195 - 54\pi \approx 25,35$$

Com o volume do cone é dado por:

$$V_{Co} = \frac{1}{3} \times A_{\text{Base}} \times h$$

Substituindo os valores conhecidos na fórmula, determinamos o valor de h:

$$25,35 = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^3 \times h \Leftrightarrow 3 \times 25,35 = 9\pi \times h \Leftrightarrow \frac{3 \times 25,35}{9\pi} = h \Leftrightarrow 2,69 \approx h$$

Assim, temos que o valor da altura do cone, arredondado às décimas é 2,7 dm.

Teste Intermédio 9º ano – 21.03.2014

9. Como o recipiente cilíndrico estava cheio, o volume de líquido que transbordou é igual ao volume do cubo, pelo que o volume de líquido que ficou no recipiente (V_{Final}) é a diferença entre o volume do cilindo (V_{Cilindro}) e o volume do cubo (V_{Cubo}):

$$V_{\text{Final}} = V_{\text{Cilindro}} - V_{\text{Cubo}}$$

Calculando o volume do cubo, como a aresta tem 6 cm de medida, temos:

$$V_{\text{Cubo}} = a^3 = 6^3 = 216\,\text{cm}^3$$

Calculando o volume do cilindro, como a altura é igual á aresta do cubo (6 cm de medida) e a medida do raio da base é 5 cm, temos:

$$V_{\text{Cilindro}} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 5^2 \times 6 \approx 471,24\,\text{cm}^3$$

Assim, calculando o volume de líquido que ficou no recipiente, e arredondando o resultado às unidades, vem:

$$V_{\text{Final}} \approx 471,24 - 216 \approx 255,24 \approx 255\,\text{cm}^3$$

Prova Final 3º Ciclo - 2013, 2ª chamada

10. Como o volume do prisma é 42 cm^3 e o cubo tem o mesmo volume do prisma, temos que a medida a, da aresta do cubo, em centímetros, arredondada às décimas, é tal que

$$a^3 = 42$$

Logo,

$$a = \sqrt{42} \approx 3,5$$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3º Ciclo - 2013, 1ª chamada

11.

11.1. Como os triângulos $[ABC]$ e $[CDE]$ são semelhantes, e os lados $[BC]$ e $[CD]$ são correspondentes (porque são os lados que se opõem ao ângulo reto, em cada um dos triângulos), então $\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = 0,5$ é a razão de semelhança.

Como o quociente das áreas de figuras semelhantes, é igual ao quadrado da razão de semelhança, vem que

$$\frac{\text{área do triângulo } [CDE]}{\text{área do triângulo } [ABC]} = \left(\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}\right)^2 = 0,5^2 = 0,25$$

Resposta: **Opção B**

11.2. Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo em A (porque um dos lados coincide com o diâmetro da circunferência e o vértice oposto a esse lado está sobre a circunferência), usando o Teorema de Pitágoras e substituindo as medidas conhecidas, temos que:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 6^2 + 10^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 36 + 100 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 136 \underset{\overline{BC}>0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{136}$$

Logo, como $[BC]$ é um diâmetro do círculo, a medida do raio, r, é:

$$r = \frac{\sqrt{136}}{2} \approx 5,83$$

E assim, calculando a área do círculo de diâmetro $[BC]$, em cm^2, e arredondando o resultado às unidades, vem

$$A = \pi r^2 \approx \pi \times 5,83^2 \approx 107\,\text{cm}^2$$

Prova Final 3º Ciclo - 2013, 1ª chamada

12. Como sabemos que $\overline{JG} = 2$ cm, que $\overline{GK} = 3$ cm e que $\overline{FE} = 10$ cm, podemos calcular o volume do prisma $[JGKLIH]$:

$$V_{[JGKLIH]} = \frac{\overline{JG} \times \overline{GK}}{2} \times \overline{FE} = \frac{2 \times 3}{2} \times 10 = 3 \times 10 = 30 \text{ cm}^3$$

Como é conhecido o volume do sólido ($V_S = 390\,\text{cm}^3$), podemos determinar o volume do paralelepípedo $[ABCDEFGH]$:

$$V_{[ABCDEFGH]} = V_S - V_{[JGKLIH]} = 390 - 30 = 360 \text{ cm}^3$$

Como sabemos que $\overline{FA} = 2$ cm e que $\overline{FE} = 10$ cm, e ainda o volume do paralelepípedo $[ABCDEFGH]$, podemos calcular o comprimento do segmento $[FG]$:

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{FA} \times \overline{FE} \times \overline{FG} \Leftrightarrow 360 = 2 \times 10 \times \overline{FG} \Leftrightarrow 360 = 20 \times \overline{FG} \Leftrightarrow \frac{360}{20} = \overline{FG} \Leftrightarrow \overline{FG} = 18 \text{ cm}$$

Como conhecemos o comprimento dos segmentos $[FG]$ e $[JG]$, podemos determinar o comprimento do segmento $[FJ]$

$$\overline{FJ} = \overline{FG} - \overline{JG} = 18 - 2 = 16 \text{ cm}$$

Teste Intermédio 9º ano – 12.04.2013

13. Temos que $[BC]$ é uma aresta do cubo $[BCDEKLMN]$, pelo que o respetivo volume é

$$V_{[BCDEKLMN]} = \overline{BC}^3 = a^3$$

Por outro lado, como $\overline{AB} = 2\overline{BC} = 2a$, como $[BE]$ também é uma aresta do cubo $\overline{BE} = a$ e ainda como $[BL]$ também é uma aresta do cubo $\overline{BI} = \frac{1}{3}\overline{BL} = \frac{1}{3} \times a = \frac{a}{3}$, vem que o volume do paralelepípedo $[ABEFGHIJ]$ é

$$V_{[ABEFGHIJ]} = \overline{AB} \times \overline{BE} \times \overline{BI} = 2a \times a \times \frac{a}{3} = \frac{2a^3}{3}$$

Logo, como o volume total do sólido, V_T, é a soma dos volumes do cubo e do paralelepípedo temos que

$$V_T = a^3 + \frac{2a^3}{3} = \frac{a^3}{1}_{(3)} + \frac{2a^3}{3} = \frac{3a^3}{3} + \frac{2a^3}{3} = \frac{5a^3}{3}$$

Igualando a expressão do volume total ao seu valor numérico (25), e resolvendo a equação, podemos determinar o valor exato de a:

$$\frac{5a^3}{3} = 25 \Leftrightarrow 5a^3 = 25 \times 3 \Leftrightarrow a^3 = \frac{75}{5} \Leftrightarrow a^3 = 15 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{15}$$

Prova Final 3º Ciclo – 2012, 1ª chamada

14. Como o volume de uma pirâmide é um terço do volume do prisma com a mesma base e a mesma altura, temos que o volume da pirâmide a ser retirada é

$$V_{[ABCDI]} = \frac{V_{[ABCDEFGH]}}{3} = \frac{27}{3} = 9 \text{ cm}^3$$

Assim, o volume do sólido que resulta da retirada da pirâmide do prisma, V_F, pode ser calculado como a diferença dos volumes do prisma e da pirâmide:

$$V_F = V_{[ABCDEFGH]} - V_{[ABCDI]} = 27 - 9 = 18 \text{ cm}^3$$

Teste Intermédio 9º ano – 10.05.2012

15. O volume do sólido $[ABCDIJGH]$ pode ser obtido pela soma dos volumes do prisma de bases quadradas $[ABCDEFGH]$ e do prisma triangular $[EFGHIJ]$:

$$V_{[ABCDIJGH]} = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[EFGHIJ]}$$

Como $[ABCD]$ é um quadrado, então $\overline{BC} = \overline{AB} = 8$ cm, e $\overline{AF} = 4$ cm, pelo que o volume do prisma é

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{BC} \times \overline{AB} \times \overline{AF} = 8 \times 8 \times 4 = 256 \text{ cm}^3$$

Calculando a área da base do prisma triângular, por exemplo, a área do triângulo $[FGJ]$, como $\overline{FG} = \overline{AB} = 8$ cm e $\overline{FJ} = 7$ cm, a área da base é

$$A_{[FGJ]} = \frac{\overline{FG} \times \overline{FJ}}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = \frac{56}{2} = 28 \text{ cm}^2$$

E assim, como $\overline{FE} = \overline{BC} = \overline{AB} = 8$ cm, o volume do prisma triângular é

$$V_{[EFGHI]} = A_{[FGJ]} \times \overline{FE} = 28 \times 8 = 224 \text{ cm}^3$$

E, somando os volumes dos dois prismas, temos o volume do sólido:

$$V_{[ABCDIJGH]} = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[EFGHIJ]} = 256 + 224 = 480 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3º Ciclo – 2011, Época especial

16. Como $[EFGH]$ é um quadrado, e $\overline{FG} = \overline{AB} = 4$ m, então, temos que $\overline{GH} = \overline{FG} = 4$ m e assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, podemos calcular o diâmetro d da base do cone:

$$d^2 = \overline{FG}^2 + \overline{GH}^2 \Leftrightarrow d^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow d^2 = 16 + 16 \Leftrightarrow d^2 = 32 \underset{d>0}{\Rightarrow} d = \sqrt{32} \text{ m}$$

E assim temos que o raio, r, da base do cone é $r = \dfrac{\sqrt{32}}{2} \approx 2,83$ m

Calculando a medida da área da base do cone temos

$$A_\circ = \pi \times r^2 \approx \pi \times 2,83^2 \approx 25,16 \text{ m}^2$$

Como a medida da altura do cone é $\overline{IJ} = 3$ m, calculando o volume do cone temos

$$V_C = \frac{1}{3} \times A_\circ \times \overline{IJ} = \frac{1}{3} \times 25,16 \times 3 = 25,16 \text{ m}^3$$

Como $[ABCD]$ é um quadrado, então $\overline{BC} = \overline{AB} = 4$, temos que o volume do prisma é dado por

$$V_P = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \overline{BG} = 4 \times 4 \times \overline{BG} = 16 \times \overline{BG} \text{ m}^3$$

Como o volume total do sólido é 57 m^3, vem que

$$V_C + V_P = 57 \Leftrightarrow 25,16 + 16 \times \overline{BG} = 57 \Leftrightarrow 16 \times \overline{BG} = 57 - 25,16 \Leftrightarrow \overline{BG} = \frac{31,84}{16} \Leftrightarrow \overline{BG} = 1,99 \text{ m}$$

Assim a altura do prisma ($\overline{BG}$) em metros, arredondada às unidades é 2 m

Prova Final 3º Ciclo – 2011, 2ª chamada

17. Temos que o volume do cilindro é $V_{ci} = A_b \times h = 12h$

Da mesma forma, o volume do cone é $V_{co} = \dfrac{1}{3} \times A_b \times h = \dfrac{1}{3} \times 12 \times h = 4h$

E assim o volume total do sólido é

$$V_T = V_{ci} + V_{co} = 12h + 4h = 16h$$

Substituindo o valor do volume total do sólido podemos determinar, em metros, o valor de h, que é a altura do cilindro:

$$V_T = 34 \Leftrightarrow 16h = 34 \Leftrightarrow h = \frac{34}{16} \Leftrightarrow h = 2,125 \text{ m}$$

Prova Final 3º Ciclo – 2011, 1ª chamada

18. Como o volume da pirâmide $[HDPC]$ é 10 cm^3, então o volume da pirâmide $[ABCDH]$ é 20 cm^3, porque as duas pirâmides têm a mesma altura e a base da pirâmide $[ABCDH]$ tem o dobro da área da base da pirâmide $[HDPC]$ ($A_{[ABCD]} = 2 \times A_{[DPC]}$)

$$V_{[ABCDH]} = 2 \times V_{[HDPC]} = 2 \times 10 = 20 \text{ cm}^3$$

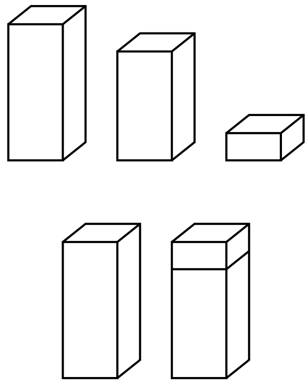
Como o paralelepípedo $[ABCDEFGH]$ e a pirâmide $[ABCDH]$ têm a mesma base e a mesma altura, o volume do paralelepípedo é o triplo do volume da pirâmide:

$$V_{[ABCDEFGH]} = 3 \times V_{[ABCDH]} = 3 \times 20 = 60 \text{ cm}^3$$

Exame Nacional 3º Ciclo - 2011, 1ª chamada

19. Como as bases dos três modelos é igual e como o volume do modelo maior é igual à soma dos volumes dos dois modelos menores, então a soma das alturas dos dois modelos menores é igual à altura do modelo maior.

Assim, o gasto adicional de 50 cm^2 para forrar os dois modelos menores é justificado pela área adicional de duas bases quadradas (uma base da do sólido menor e outra do sólido intermédio).



Assim, podemos calcular a área das bases dos sólidos, A_B, dividindo a área em excesso por 2:

$$A_B = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm}^2$$

E como as bases são quadrados a medida da aresta da base dos modelos, a, em centímetros é

$$a = \sqrt{A_B} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Teste Intermédio 8º ano – 11.05.2011

20. Os triângulos $[AED]$ e $[EBC]$ têm alturas iguais (como $\overline{EB} = \overline{DC}$ e $[ABCD]$ é um trapézio retângulo então $\overline{ED} = \overline{BC}$), e a base do triângulo $[EBC]$ é o dobro da base do triângulo $[AED]$, porque se $\overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AB}$ então $\overline{AB} = 3 \times \overline{AE} = \overline{AE} + 2 \times \overline{AE} = \overline{AE} + \overline{ED}$, logo $\overline{ED} = 2 \times \overline{AE}$

E assim, temos que a área do triângulo $[EBC]$ é o dobro da área do triângulo $[AED]$:

$$A_{[EBC]} = 2 \times A_{[AED]}$$

Como os triângulos $[EBC]$ e $[ECD]$ têm a mesma área, temos que a área do trapézio $[ABCD]$, $A_{[ABCD]}$, pode ser escrita como

$$A_{[ABCD]} = A_{[AED]} + A_{[EBC]} + A_{[ECD]} = A_{[AED]} + 2 \times A_{[AED]} + 2 \times A_{[AED]} = 5 \times A_{[AED]}$$

Como a área do trapézio $[ABCD]$ é 20 cm^2, vem que

$$A_{[ABCD]} = 20 \Leftrightarrow 5 \times A_{[AED]} = 20 \Leftrightarrow A_{[AED]} = \frac{20}{5} \Leftrightarrow A_{[AED]} = 4 \text{ cm}^2$$

E assim, a área sombreada A_S é

$$A_S = A_{[AED]} + A_{[EBC]} = A_{[AED]} + 2 \times A_{[EAD]} = 3 \times A_{[AED]} = 3 \times 4 = 12 \text{ cm}^2$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 9º ano – 07.02.2011

21. Calculando a altura da pirâmide $[EFGHI]$, h, representada a tracejado, como a diferença da altura da pirâmide $[ABCDI]$ e da altura do tronco de pirâmide, temos

$$h = 80 - 30 = 50 \text{ cm}$$

E assim o volume da pirâmide $[EFGHI]$ é

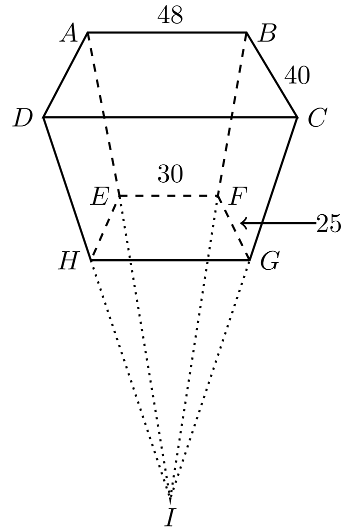
$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times h = \frac{1}{3} \times 30 \times 25 \times 50 = 12\,500 \text{ cm}^3$$

E o volume da pirâmide $[ABCDI]$ é

$$V_{[ABCDI]} = \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \times alt = \frac{1}{3} \times 48 \times 40 \times 80 = 51\,200 \text{ cm}^3$$

Assim, o volume do tronco de pirâmide, V_T, pode ser calculado como a diferença dos volumes das duas pirâmides

$$V_T = V_{[ABCDI]} - V_{[EFGHI]} = 51\,200 - 12\,500 = 38\,700 \text{ cm}^3$$



Prova Final 3º Ciclo – 2010, 2ª chamada

22. Como a base do prisma $[ABCDEFGH]$ é um quadrado, o volume do prisma é

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AB}^2 \times \overline{BF} = 13^2 \times 19 = 3\,211 \text{ cm}^3$$

Como a base da pirâmide $[EFGHI]$ tem a área igual à base do prisma, o volume da pirâmide é

$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times \overline{AB}^2 \times \overline{IJ} = \frac{1}{3} \times 13^2 \times 6 = 338 \text{ cm}^3$$

E o volume do sólido pode ser calculado como a soma dos volumes do prisma e da pirâmide, pelo que o Volume do sólido é

$$V_S = V_{[ABCDEFGH]} + V_{[EFGHI]} = 3\,211 + 338 = 3\,549 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3º Ciclo – 2010, 1ª chamada

23. Como o volume do paralelepípedo é dado por

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \overline{AE}$$

substituindo os valores conhecidos, podemos calcular a medida de $\overline{AE}$ em mestro:

$$0,24 = 1,2 \times 0,5 \times \overline{AE} \Leftrightarrow 0,24 = 0,6 \times \overline{AE} \Leftrightarrow \frac{0,24}{0,6} = \overline{AE} \Leftrightarrow \overline{AE} = 0,4 \text{ m}$$

Teste Intermédio 8º ano – 27.04.2010

24. Como $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$ e E e F são pontos médios de $[AB]$ e $[BC]$, respetivamente, então vem que

$$\overline{EB} = \overline{BF} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

E assim, calculando a área do triângulo $[BEF]$, vem

$$A_{[BEF]} = \frac{\overline{EB} \times \overline{BF}}{2} = \frac{5 \times 5}{2} = \frac{25}{2}$$

Observando que os triângulos $[BEF]$ e $[DGH]$ são congruentes, podemos calcular a área da região sombreada como a diferença entre as áreas do quadrado $[ABCD]$ e dos triângulos $[BEF]$ e $[DGH]$:

$$A_{[AEFCGH]} = A_{[ABCD]} - 2 \times A_{[EBF]} = 10 \times 10 - 2 \times \frac{25}{2} = 100 - 25 = 75$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 9º ano – 03.02.2010

25. O volume, em centímetros cúbicos, da parte de cimento (V) da floreira pode ser obtido como a diferença dos volumes do cubo e do o prisma quadrangular:

$$V = V_{cubo} - V_{prisma} = \overline{AB}^3 - \overline{EF}^2 \times \overline{GO} = 50^3 - 40^2 \times 50 = 125\,000 - 80\,000 = 45\,000 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3º Ciclo – 2009, 2ª chamada

26. Como $\overline{DA} = \overline{DC} = 2$ m, então temos que a área da base da pirâmide $[ACDH]$, é

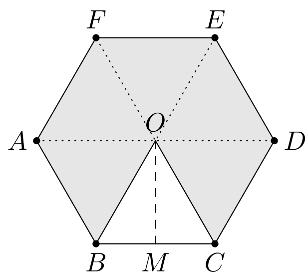
$$A_{[ACD]} = \frac{2 \times 2}{2} = 2 \text{ m}^2$$

Como a altura $\overline{DH} = 5$m, então calculando o volume da pirâmide $[ACDH]$, e arredindando o resultado às décimas, vem

$$V_{[ACDH]} = \frac{1}{3} \times A_{[ACD]} \times \overline{DH} = \frac{1}{3} \times 2 \times 5 = \frac{10}{3} \approx 3,3 \text{ m}^3$$

Exame Nacional 3º Ciclo - 2009, 1ª chamada

27. Como o hexágono $[ABCDEF]$ é a base de um prisma regular, é um héxagono regular, pelo que pode ser dividido em 6 triângulos congruentes, e assim, a sua área pode ser calculada como 6 vezes a área do triângulo $[BCO]$, do qual são conhecidas as medidas da base e da altura



$$A_{[ABCDEF]} = 6 \times A_{[BCO]} = 6 \times \frac{\overline{BC} \times \overline{OM}}{2} = 6 \times \frac{2 \times \sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ m}^2$$

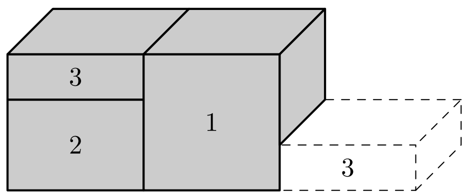
E assim, podemos determinar a capacidade da piscina, em metros cúbicos, calculando o volume do prisma. Arredondando o resultado às décimas, vem

$$V_{[ABCDEFGHIJKL]} = A_{[ABCDEF]} \times \overline{BH} = 6\sqrt{3} \times 1,5 \approx 15,6 \text{ m}^3$$

Teste Intermédio 9º ano – 11.05.2009

28.

28.1. Como todos os prismas têm a base quadrangular cuja área é 2, considerando o prisma referente ao primeiro lugar em conjunto com o prisma referente ao segundo lugar, a altura dos dois prisma, relativamente à altura do prisma referente ao primeiro lugar, será



$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

Ou seja, o volume dos dois prismas menores (considerados em conjunto) é igual ao volume do prisma maior.

Como o volume total do pódio é 15, então o volume do prisma maior (V_1) é

$$V_1 = \frac{15}{2}$$

E o volume do prisma referente ao 2.º lugar (V_2) é $\frac{2}{3}$ do volume do prisma maior, porque a área das bases é igual, ou seja

$$V_2 = \frac{2}{3} \times V_1 = \frac{2}{3} \times \frac{15}{2} = \frac{15}{3} = 5$$

28.2. Como o volume (V) de um prisma pode ser calculado como o produto da área da base (A_b) pela altura (h), temos

$$V = A_b \times h$$

Como, todos os prismas têm área da base igual a 2, ou seja $A_b = 2$, temos que

$$V = A_b \times h \Leftrightarrow V = 2 \times h \Leftrightarrow \frac{V}{h} = 2$$

Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 8º ano – 30.04.2009

29. A área da região sombreada pode ser calculada como a diferença das áreas do quadrado $[ACDF]$ e do triângulo $[ABE]$

Como a medida do lado do quadrado $[ACDF]$ é 4, a área do quadrado é

$$A_{[ACDF]} = 4^2 = 16$$

Como B é o ponto médio do segmento de reta $[AC]$, e $\overline{AC} = 4$, então $\overline{AB} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{4}{2} = 2$,e a altura do triângulo $[ABE]$ é igual a $\overline{AF} = 2$, pelo que a área do triângulo é

$$A_{[ABE]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{AF}}{2} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$$

E assim, a área sombreada (A_S) é

$$A_S = A_{[ACDF]} - A_{[ABE]} = 16 - 4 = 12$$

Teste Intermédio 8º ano – 30.04.2009

30. Calculando a área da base do prisma, ou seja do triângulo ABE, temos que:

$$A_{[ABE]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{BE}}{2} = \frac{300 \times 42}{2} = 6300 \text{ cm}^3$$

E assim, considerando a aresta $[BC]$ como a altura do prisma e calculando o volume do prisma, em centímetros cúbicos, vem:

$$V_{[ABCDEF]} = A_{[ABE]} \times \overline{BC} = 6300 \times 250 = 1\,575\,000 \text{ cm}^3$$

Exame Nacional 3º Ciclo - 2008, 2ª chamada

31. Como $\overline{EF} = 3$ cm e a pirâmide $[EFGHI]$ tem altura 5 cm, o volume da pirâmide é:

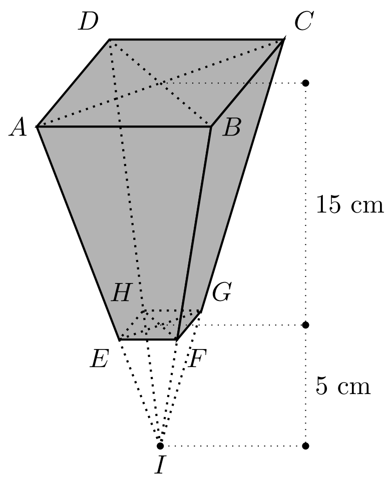
$$V_{[EFGHI]} = \frac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times h = \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times 5 = 15 \text{ cm}^3$$

Como $\overline{AB} = 12$ cm e a pirâmide $[ABCDI]$ tem altura $15 + 5 = 20$ cm, então o seu volume é:

$$V_{[ABCDI]} = \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \times alt = \frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 20 = 960 \text{ cm}^3$$

Assim, o volume do tronco de pirâmide, V_T, pode ser calculado como a diferença dos volumes das duas pirâmides

$$V_T = V_{[ABCDI]} - V_{[EFGHI]} = 960 - 15 = 945 \text{ cm}^3$$



Exame Nacional 3º Ciclo - 2008, 1ª chamada