

MATEMÁTICA A - 12º Ano
Funções - Exponenciais e logaritmos
Resolução gráfica de equações e problemas

Exercícios de exames e testes intermédios

1. Seja f a função, de domínio \mathbb{R}_0^+ , definida por $f(x) = x^2e^{1-x}$

Considere, num referencial o.n. xOy , três pontos, A , B e C , tais que:

- os pontos A e B pertencem ao gráfico da função f
- a abcissa do ponto B é maior do que a abcissa do ponto A
- os pontos A e B têm a mesma ordenada, a qual é igual a 1,2
- o ponto C pertence ao eixo Ox e tem abcissa igual à do ponto B

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a área do quadrilátero $[OABC]$, sendo O a origem do referencial. Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o gráfico da função f no intervalo $[0, 5]$
- apresente o desenho do quadrilátero $[OABC]$
- indique as abcissas dos pontos A e B arredondadas às milésimas;
- apresente a área do quadrilátero arredondada às centésimas.

Exame – 2015, Ép. especial

2. Considere a função g , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $g(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$

Considere, num referencial o.n. xOy , a representação gráfica da função g , os pontos A e B , e a reta r de equação $y = mx$, com $m < 0$

Sabe-se que:

- os pontos A e B pertencem ao gráfico da função g
- a abcissa do ponto A é o zero da função g
- o ponto B é o ponto de interseção da reta r com o gráfico da função g
- a área do triângulo $[OAB]$ é igual a 1

Determine a abcissa do ponto B , recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta, deve:

- equacionar o problema;
- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções visualizados, devidamente identificados;
- indicar a abcissa do ponto A e a abcissa do ponto B com arredondamento às centésimas.

Exame – 2014, Ép. especial



3. Considere, num referencial o.n. xOy , a representação gráfica da função f , de domínio $[0, 10]$, definida por $f(x) = -e^{\frac{x}{2}} + x^2 + 8$, e dois pontos A e B

Sabe-se que:

- o ponto A é o ponto de intersecção do gráfico da função f com o eixo das ordenadas;
- o ponto B pertence ao gráfico da função f e tem abcissa positiva;
- a reta AB tem declive -2

Determine a abcissa do ponto B , recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta, deve:

- equacionar o problema;
- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificados;
- indicar o valor da abcissa do ponto B com arredondamento às centésimas.

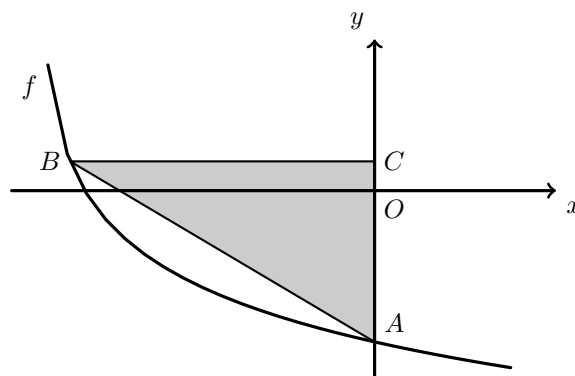
Exame – 2014, 2ª Fase

4. Considere a função f , de domínio $] -e^2, +\infty[$, definida por $f(x) = -\ln(x + e^2)$

Na figura ao lado, estão representados, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função f e o triângulo $[ABC]$

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(0, -2)$
- o ponto B pertence ao gráfico da função f e tem abcissa negativa;
- o ponto C pertence ao eixo Oy e tem ordenada igual à do ponto B
- a área do triângulo $[ABC]$ é igual a 8



Determine a abcissa do ponto B , recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta, deve:

- escrever uma expressão da área do triângulo $[ABC]$ em função da abcissa do ponto B
- equacionar o problema;
- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções visualizados, devidamente identificados;
- indicar a abcissa do ponto B com arredondamento às centésimas.

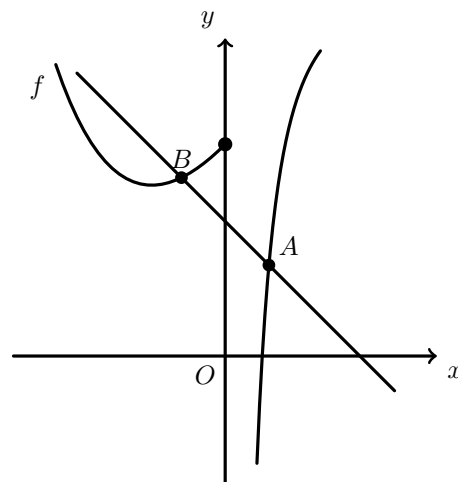
Exame – 2014, 1ª Fase



5. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 + e^{-x} & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{3x + \ln x}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Na figura ao lado, estão representados, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função f , os pontos A e B , ambos pertencentes ao gráfico de f , e a reta AB



Sabe-se que:

- a reta AB é paralela à bissetriz dos quadrantes pares;
- os pontos A e B têm abcissas simétricas;
- a abcissa do ponto A pertence ao intervalo $]0, 1[$

Seja a a abcissa do ponto A

Determine o valor de a , recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta, deve:

- equacionar o problema;
- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que visualizar na calculadora, devidamente identificado(s);
- indicar o valor de a , com arredondamento às milésimas.

Teste Intermédio 12º ano – 30.04.2014

6. Considere, num referencial o.n. xOy , a representação gráfica da função f , de domínio $[-1, 2]$ definida por $f(x) = -x - 3^{1+\ln(x^2+1)}$, o ponto A de coordenadas $(2, 0)$ e um ponto P que se desloca ao longo do gráfico da função f

Existe uma posição do ponto P para a qual a área do triângulo $[AOP]$ é mínima.

Determine a área desse triângulo, recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar o valor da área do triângulo $[AOP]$ com arredondamento às centésimas.

Exame – 2013, 2ª Fase



7. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus 0$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x-1}}{e^{4x-1}} & \text{se } x < 0 \\ x \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Resolva, recorrendo à calculadora gráfica.

Considere, num referencial o.n. xOy , a representação gráfica da função g , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $g(x) = f(x) - x + \ln^2 x$

Sabe-se que:

- A é o ponto de coordenadas $(2, 0)$
- B é o ponto de coordenadas $(5, 0)$
- P é um ponto que se desloca ao longo do gráfico da função g

Para cada posição do ponto P , considere o triângulo $[ABP]$

Determine as abcissas dos pontos P para os quais a área do triângulo $[ABP]$ é 1

Na sua resposta, deve:

- equacionar o problema;
- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar as abcissas dos pontos P com arredondamento às centésimas.

Exame – 2013, 1ª Fase

8. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{3x+3}{\sqrt{x^2+9}} & \text{se } x \leq 4 \\ \frac{\ln(3x-11)}{x-4} & \text{se } x > 4 \end{cases}$

Considere, num referencial o.n. xOy , o triângulo $[OPQ]$ tal que:

- o ponto P é o ponto de intersecção do gráfico da função f com o eixo das ordenadas;
- o ponto Q é o ponto do gráfico da função f que tem abcissa positiva e ordenada igual à ordenada do ponto P

Determine um valor aproximado da área do triângulo $[OPQ]$, recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função f para $x \in [0, 10]$
- desenhar o triângulo $[OPQ]$
- indicar a abcissa do ponto Q arredondada às milésimas;
- apresentar a área do triângulo $[OPQ]$ arredondada às centésimas.

Nota – Sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Teste Intermédio 12º ano – 28.02.2013



9. Considere, num referencial o. n. xOy , o gráfico da função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por

$$f(x) = e^{0,1x} + \ln(3x + 1)$$

Seja P um ponto do gráfico de f

A distância do ponto P à origem é igual a 2

Determine a abcissa do ponto P , recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta, deve:

- equacionar o problema;
- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar a abcissa do ponto P com arredondamento às centésimas.

Exame – 2012, Ép. especial

10. Considere a função f , de domínio $[-7, 0[$, definida por

$$f(x) = e^x + \ln(x^2) + 3$$

Sejam A e B os pontos de intersecção do gráfico de f com a bissetriz dos quadrantes pares, e seja d a distância entre os pontos A e B

Determine d , recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- assinalar os pontos A e B
- indicar as coordenadas dos pontos A e B com arredondamento às centésimas;
- apresentar o valor de d com arredondamento às centésimas.

Exame – 2012, 2ª Fase

11. Considere, num referencial o. n. xOy , os gráficos das funções f e g e o triângulo $[OAB]$

Sabe-se que:

- O é a origem do referencial;
- A e B são pontos do gráfico de f
- a abcissa do ponto A é o zero da função f
- o ponto B é o ponto de intersecção do gráfico da função f com o gráfico da função g

Determine a área do triângulo $[OAB]$, recorrendo à calculadora gráfica. Na sua resposta, deve:

- reproduzir os gráficos das funções f e g , devidamente identificados, incluindo o referencial;
- assinalar os pontos A e B
- indicar a abcissa do ponto A e as coordenadas do ponto B com arredondamento às centésimas;
- apresentar o valor da área pedida com arredondamento às décimas.

Exame – 2012, 1ª Fase



12. Na figura ao lado, está representada, num referencial o. n. xOy , parte do gráfico da função f , de domínio $] - \infty, 6[$, definida por $f(x) = 2 + 15 \ln \left(3 - \frac{1}{2}x \right)$

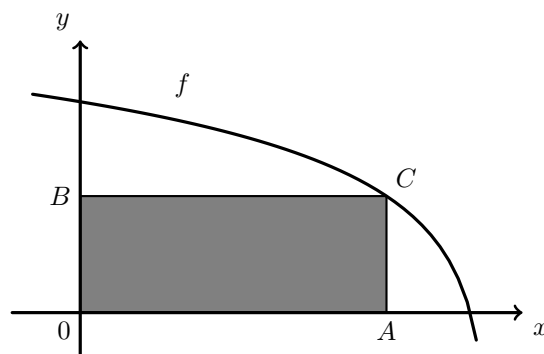
Considere que um ponto C se desloca ao longo do gráfico de f , e que C tem coordenadas positivas.

Para cada posição do ponto C , considere o rectângulo $[OACB]$, em que o ponto A pertence ao eixo das abcissas e o ponto B pertence ao eixo das ordenadas.

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abcissa do ponto A para a qual a área do rectângulo $[OACB]$ é máxima.

Na sua resposta, deve:

- escrever a expressão que dá a área do rectângulo $[OACB]$ em função da abcissa do ponto A ;
- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar a abcissa do ponto A com arredondamento às centésimas.



Exame – 2011, Prova especial

13. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ \frac{2 + \ln x}{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Existem dois pontos no gráfico de f cujas ordenadas são o cubo das abcissas.

Determine as coordenadas desses pontos recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta deve:

- equacionar o problema;
- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- assinalar esses pontos;
- indicar as coordenadas desses pontos com arredondamento às centésimas.

Exame – 2011, 1ª fase

14. Considere a função f , de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 3x}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ \frac{1}{5}x - \ln x & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Determine a área do triângulo $[ABC]$, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.

Sabe-se que:

- A , B e C são pontos do gráfico da função f
- A e B são os pontos cujas abcissas são as soluções, no intervalo $]0, 2]$, da equação $f(x) = f(15)$
- C é o ponto cuja ordenada é o mínimo da função f , no intervalo $]0, 2]$, e cuja abcissa pertence ao intervalo $]0, 2]$

Na sua resposta, deve:

- reproduzir o gráfico da função, ou os gráficos das funções, que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar as coordenadas dos pontos A , B e C , com arredondamento às centésimas;
- apresentar o resultado pedido, com arredondamento às décimas.

Exame – 2010, 2ª Fase



15. Seja f a função, de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x-\sqrt{2x}} & \text{se } 0 < x < 2 \\ xe^{-x} + x + 1 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

Seja g a função, de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $g(x) = 3 + \ln(x)$. A equação $f(x) = g(x)$ tem exatamente duas soluções.

Determine essas soluções, **utilizando as capacidades gráficas da sua calculadora**.

Apresente as soluções arredondadas às centésimas.

Apresente os gráficos que obteve na calculadora e assinale os pontos relevantes.

Teste Intermédio 12º ano – 15.03.2010

16. Considere a função g , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $g(x) = e^{2x} + \ln x$

O gráfico de g contém um único ponto A com abcissa pertencente ao intervalo $]0, 2]$ e cuja ordenada é igual ao dobro da abcissa.

Traduza esta situação por meio de uma equação.

Resolva a equação, **recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora**.

Indique as coordenadas do ponto A , com aproximação às décimas.

Reproduza, na folha de respostas, o gráfico, ou os gráficos, visualizado(s) na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial.

Assinale o ponto A em que se baseou para dar a sua resposta.

Exame – 2009, 1ª Fase

17. Considere a função g , de domínio $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right]$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} 2x + \ln(1+x-x^2) & \text{se } -\frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, determine o valor de x pertencente ao intervalo $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ tal que $g(x) = -2 + g(4)$.

Indique o valor pedido arredondado às décimas e apresente o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora.

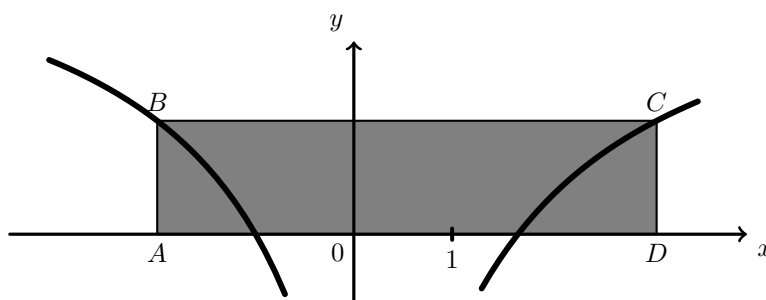
Teste Intermédio 12º ano – 27.05.2009



18. Seja f a função de domínio \mathbb{R} definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 3}{x^2 - 2x + 1} & \text{se } x < 1 \\ \ln(x) - e^{1-x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Na figura ao lado está representada, em referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função f



O retângulo $[ABCD]$ tem dois vértices no eixo Ox , estando os outros dois no gráfico de f . O ponto A tem abscissa -2 .

Determine a área do retângulo $[ABCD]$.

Nota: Na resolução deste problema vai necessitar de determinar a abscissa do ponto C .

Para tal, utilize as capacidades gráficas da sua calculadora.

Reproduza na sua folha de prova a parte do gráfico de f que visualizou, bem como a reta BC . Assinale também o ponto C e apresente a sua abscissa arredondada às centésimas.

Apresente a área pedida igualmente arredondada às centésimas.

Teste Intermédio 12º ano – 11.03.2009

19. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

No intervalo $]0, 5]$, a reta de equação $y = 6$ intersesta o gráfico da função f nos pontos A e B .

Determine a distância de A a B , com aproximação às décimas, **recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.**

Apresente o gráfico, ou os gráficos, em que se baseou para dar a sua resposta, assinalando os pontos A e B e indicando as suas coordenadas com aproximação às décimas.

Exame – 2008, Ép. especial

20. Considere a função f , de domínio $\left] -\frac{1}{2}, +\infty \right[$, definida por $f(x) = \frac{\ln(2x+1)}{2x+1}$, e a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = x - 2$ (\ln designa logaritmo de base e).

Indique as soluções inteiras da inequação $f(x) > g(x)$, **recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.**

Para resolver esta inequação, percorra os seguintes passos:

- visualize as curvas representativas dos gráficos das duas funções;
- reproduza, na sua folha de respostas, o referencial e as curvas visualizadas na calculadora;
- assinale, ainda, os pontos A e B , de intersecção dos gráficos das duas funções, indicando as suas coordenadas, com aproximação às décimas.

Exame – 2008, 2ª Fase

21. Considere, num referencial ortonormado xOy , os gráficos das funções f e g , de domínio $[0, 3]$, definidas por $f(x) = \ln(x+2)$ e $g(x) = e - e^{x-1}$ (\ln designa logaritmo de base e).

Determine a **área de um triângulo $[OAB]$** , com aproximação às décimas, **recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.**

Para construir o triângulo $[OAB]$, percorra os seguintes passos:

- visualize as curvas representativas dos gráficos das duas funções, **no domínio indicado**;
- reproduza, na sua folha de respostas, o referencial e as curvas visualizadas na calculadora;
- assinale, ainda:
 - a origem O do referencial;
 - o ponto A de intersecção do gráfico das duas funções, indicando as suas coordenadas, com aproximação às décimas;
 - o ponto B de intersecção do gráfico da função g com o eixo Ox .

Exame – 2008, 1ª Fase



22. Admita que uma certa população de seres vivos evolui de acordo com a seguinte **lei**: o número de indivíduos da população, t dias após um certo instante inicial, é dado aproximadamente por

$$P(t) = ae^{kt} \quad (t \in \mathbb{R}_+^0)$$

em que

- a é o número de indivíduos da população no instante inicial ($a > 0$)
- k é uma constante real

Admita que, às zero horas do dia 1 do corrente mês, se iniciou, em laboratório, uma cultura de bactérias, em pequena escala, na qual se juntaram 500 indivíduos de uma estirpe A e 500 indivíduos de uma estirpe B .

Sabe-se que

- no caso da estirpe A , o valor da constante k_A , com quatro casas decimais, é $k_A = -0,6931$
- no caso da estirpe B , o valor da constante k_B , com quatro casas decimais, é $k_B = 0,1155$

Nunca foram introduzidos mais indivíduos destas duas estirpes nesta cultura.

Quer a estirpe A , quer a estirpe B , evoluíram de acordo com a acima lei referida.

Durante a primeira semana, houve um momento em que o **número total** de indivíduos destas duas estirpes, existentes na cultura, atingiu o valor mínimo.

Utilizando os valores de k_a e de k_b e recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, determine o **dia e a hora** em que tal aconteceu (hora arredondada às unidades).

Apresente, na sua resposta:

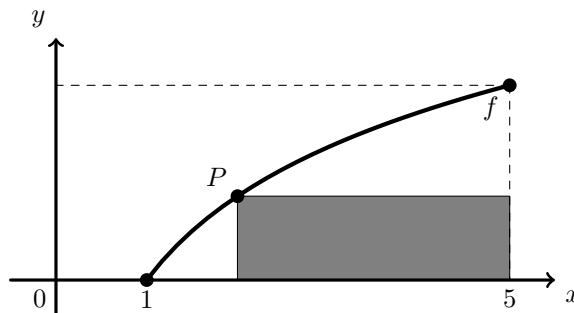
- a expressão da função que dá o número total de indivíduos destas duas estirpes, existentes na cultura, em função do tempo;
- o gráfico dessa função, para $t \in [0, 7]$, no qual deve estar devidamente assinalado o ponto necessário à resolução do problema;
- a coordenada relevante desse ponto, arredondada às milésimas.

Teste Intermédio 12º ano – 17.01.2008

23. Seja f a função, de domínio $[1, 5]$, definida por $f(x) = \ln x$ (ln designa logaritmo na base e)

Na figura ao lado está representado, em referencial ortonormado xOy , o gráfico da função f .

Considere que um ponto P se desloca ao longo do gráfico de f . Para cada posição do ponto P , considere o retângulo em que um dos lados está contido no eixo Ox , outro na reta de equação $x = 5$ e os outros dois nas retas vertical e horizontal que passam pelo ponto P .



Exprima a área do retângulo em função da abcissa de P , e, recorrendo à calculadora gráfica, determine a abcissa de P (aproximada às centésimas) para a qual a área do retângulo é máxima. Apresente os elementos recolhidos na utilização da calculadora:

- o gráfico obtido;
- o ponto de ordenada máxima e respetivas coordenadas.

Exame – 2007, 1ª Fase



24. Considere, num referencial o. n. xoy ,

- a curva C , que representa graficamente a função f , de domínio $[0, 1]$, definida por $f(x) = e^x + 3x$
- a reta r , de equação $y = 5$

Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, visualize a curva C e a reta r , na janela $[0, 1] \times [0, 7]$ (janela em que $x \in [0, 1]$ e $y \in [0, 7]$).

Reproduza, na sua folha de teste, o referencial, a curva C e a reta r , visualizados na calculadora.

Assinale ainda os pontos O , P e Q , em que:

- O é a origem do referencial;
- P é o ponto de coordenadas $(0, e)$;
- Q é o ponto de interseção da curva C com a reta r ; relativamente a este ponto, indique, com duas casas decimais, a sua abcissa, que deve determinar com recurso à calculadora.

Desenhe o triângulo $[OPQ]$ e **determine a sua área**. Apresente o resultado final arredondado às décimas. Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

Teste Intermédio 12º ano – 15.03.2007

25. Um estudo de mercado, encomendado por uma empresa de venda de produtos alimentares, concluiu que a quantidade de azeite *Azeitona do Campo*, vendida num mês por essa empresa, depende do lucro obtido, de acordo com a função

$$L(x) = (x - 3)e^{14-x}$$

sendo x o preço de venda ao público, em euros, de 1 litro desse azeite e $L(x)$ o lucro mensal da empresa (em euros), resultante da venda do azeite.

Utilize a calculadora para resolver **graficamente** o seguinte problema:

Entre que valores deve variar o preço de um litro de azeite de venda ao público para que o lucro mensal seja superior a dezasseis mil e quinhentos euros?

Apresente os valores em euros, arredondados aos centésimos (de euro).

Apresente na sua resposta os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas relevantes de alguns pontos.

Teste Intermédio 12º ano – 17.03.2006

26. Na figura ao lado está representada a trajetória de uma bola de futebol, depois de ter sido pontapeada por um jogador de da seleção portuguesa, durante um treino de preparação para o EURO-2004.

Designou-se por a a distância, em metros, entre o ponto onde a bola foi pontapeada e o ponto onde ela caiu.

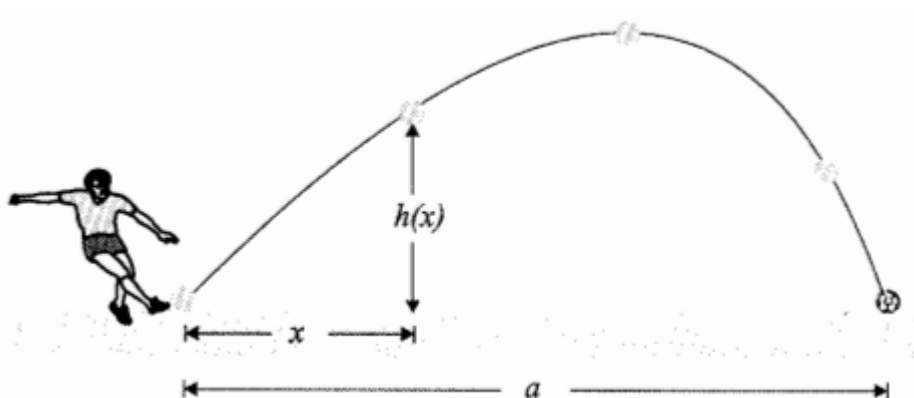
Considere a função h definida em $[0, a]$ por

$$h(x) = 2x + 10 \ln(1 - 0,1x) \quad (\ln \text{ designa logaritmo de base } e)$$

Admita que $h(x)$ é a distância, em metros, da bola ao solo, no momento em que a sua projeção no solo se encontra a x metros do local onde foi pontapeada.

Recorrendo à calculadora, determine o valor de a , arredondado às centésimas.

Explique como procedeu, apresentando todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora.



Exame – 2005, 2ª Fase



27. No início de 1972, havia quatrocentos lobos num determinado parque natural. As medidas de proteção a lobos fizeram com que o referido número aumentasse continuamente. Os recursos do parque permitem que o número de lobos cresça até bastante perto de um milhar, mas não permitem que esse valor seja ultrapassado. Nestas condições, apenas uma das expressões seguintes pode definir a função P que dá o número aproximado de lobos existentes no parque natural, t anos após o início de 1972.

(A) $\frac{1000}{1 + e^{-0,5t}}$ (B) $\frac{1000}{1 + 1,5e^{-0,5t}}$ (C) $\frac{1200}{1 + 2e^{-t}}$ (D) $1000 - \frac{600(t^3 + 1)}{e^t}$

Qual é a expressão correta? Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explique as razões que o levariam a rejeitar as outras três opções (**apresente três razões diferentes, uma por cada opção rejeitada**).

Nota: poder-lhe-à ser útil recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora. **Se o fizer, deve reproduzir o(s) gráfico(s) obtido(s).**

Exame – 2005, 2ª Fase

28. Considere a função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$

O conjunto solução da inequação $f(x) \leq 3 + \ln x$ é um intervalo fechado $[a, b]$ (\ln designa logaritmo de base e).

Recorrendo à sua calculadora, determine, **graficamente**, valores para a e b , arredondados às centésimas.

Nota: apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente, o **gráfico** ou **gráficos** obtido(s), bem como coordenadas relevantes de alguns pontos.

Exame – 2004, 2ª Fase

29. Considere as funções $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definidas por:

$$f(x) = \ln x \quad (\ln \text{ designa logaritmo de base } e)$$

$$g(x) = x^2 - 3$$

Utilizando as capacidades gráficas da sua calculadora, investigue se todo o número x do intervalo $[0, 1; 1, 8]$ é solução da inequação $f(x) > g(x)$. Indique a conclusão a que chegou e explique como procedeu. Deverá incluir na sua explicação os gráficos obtidos na sua calculadora.

Exame – 2002, Prova para militares



30. Doses terapêuticas iguais de um certo antibiótico são administradas, pela primeira vez, a duas pessoas: a Ana e o Carlos.
- Admita que, durante as doze primeiras horas após a tomada simultânea do medicamento pela Ana e pelo Carlos, as concentrações de antibiótico, medidas em miligramas por litro de sangue, são dadas, respetivamente, por

$$A(t) = 4t^3 e^{-t} \quad \text{e} \quad C(t) = 2t^3 e^{-0,7t}$$

A variável t designa o tempo, medido em **horas**, que decorre desde o instante em que o medicamento é tomado ($t \in [0, 12]$).

Considere as seguintes questões:

1. Quando a concentração ultrapassa 7,5 miligramas por litro de sangue, o medicamento pode ter efeitos secundários indesejáveis. Esta situação ocorrerá, neste caso, com alguma destas duas pessoas? Caso afirmativo, com quem? E em quantos miligramas por litro o referido limiar será ultrapassado?
2. Depois de atingir o nível máximo, a concentração começa a diminuir. Quando fica inferior a 1 miligrama por litro de sangue, é necessário tomar nova dose do medicamento. Quem deve tomá-la em primeiro lugar, a Ana ou o Carlos? E quanto tempo antes do outro?

Utilize as capacidades gráficas da sua calculadora para investigar estas duas questões.

Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explicita as conclusões a que chegou, justificando-as devidamente. Apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráficos e coordenadas de alguns pontos (coordenadas arredondadas às décimas).

Exame – 2002, 1ª fase - 1ª chamada

31. Na figura ao lado estão representadas, em referencial o. n. xOy

- uma curva C , gráfico da função f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = e^x$
- uma reta r , gráfico da função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = x - 2$
- uma reta s paralela ao eixo Oy

Sejam A e B os pontos de interseção da reta s com a curva C e com a reta r , respetivamente.

Imagine que a reta s se desloca, mantendo-se sempre paralela ao eixo Oy .

Os pontos A e B acompanham, naturalmente, o deslocamento da reta s .

Seja x a abcissa do ponto A .

Recorrendo à calculadora, determine $x \in [0, 2]$ tal que $\overline{AB} = 5$. Apresente o resultado aproximado às décimas. Explique como procedeu (na sua explicação, deve incluir o gráfico, ou gráficos, que considerou para resolver esta questão).

Exame – 2001, Ép. especial

32. Considere a função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = 3x - 2 \ln x$ (\ln designa o logaritmo de base e). O gráfico de f contém um único ponto cuja ordenada é o quadrado da abcissa.
- Recorrendo à calculadora, determine um valor aproximado para a abcissa desse ponto (apresente o resultado arredondado às décimas).
- Explique como procedeu (na sua explicação, deve incluir o gráfico, ou gráficos, que considerou para resolver esta questão).

Exame – 2001, 1ª fase - 1ª chamada



33. Um laboratório farmacêutico lançou no mercado um novo analgésico: o *AntiDor*. A concentração deste medicamento, em decigramas por litro de sangue, t horas após ter sido administrado a uma pessoa, é dado por

$$c(t) = t^2 e^{-0,6t} \quad (t \geq 0)$$

O mesmo laboratório realizou uma campanha de promoção deste medicamento, baseado no *slogan*:

« *AntiDor - Ação rápida e prolongada!* »

Numa breve composição, comente o *slogan*, tendo em conta que:

- para a maioria das dores, o *AntiDor* só produz efeito se a sua concentração for superior a 1 decigrama por litro de sangue;
- de acordo com uma associação de defesa do consumidor, um bom analgésico deve começar a produzir efeito, no máximo, meia hora após ter sido tomado, e a sua ação deve permanecer durante, pelo menos, cinco horas (após ter começado a produzir efeito).

Nota: na resolução deste item, deve utilizar as capacidades gráficas da sua calculadora e enriquecer a sua composição com o traçado de um ou mais gráficos.

Exame – 2000, Prova modelo

34. Um paraquedista salta de um helicóptero. Ao fim de algum tempo, o paraquedas abre. Admita que a distância (em metros) a que o paraquedista se encontra do solo, t segundos **após a abertura do paraquedas**, é dada por

$$d(t) = 840 - 6t + 25e^{-1,7t}$$

Utilize a calculadora para determinar, com aproximação ao segundo, quanto tempo, após a abertura do paraquedas, demora o paraquedista a atingir o solo. Explique como procedeu.

Exame – 1998, Prova para militares (prog. antigo)

