

9

PERPENDICULARIDADES

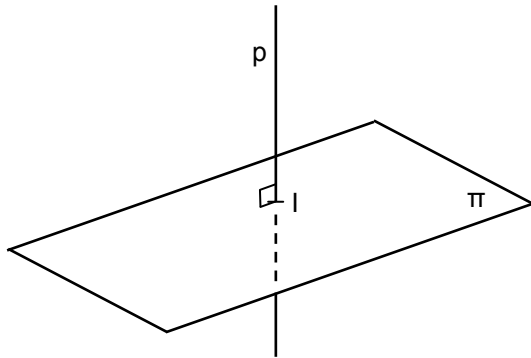
Neste capítulo estudam-se as retas e os planos nas suas relações de paralelismo e de perpendicularidade, nas diferentes possibilidades: retas com retas, planos com planos e retas com planos. Mostra-se também como se confirmam e se determinam relações de paralelismo e de perpendicularidade.

Sumário:

2. As perpendicularidades no espaço
3. Perpendicularidades de resolução direta entre retas e planos
4. Perpendicularidades entre o plano de rampa e a reta de perfil
5. Perpendicularidades de resolução direta entre retas
6. Perpendicularidades entre retas oblíquas
7. Perpendicularidades entre retas de perfil
8. Perpendicularidades entre retas oblíquas e de perfil
9. Perpendicularidades de resolução direta entre planos
10. Perpendicularidades entre planos de rampa
11. Perpendicularidades entre planos oblíquos
12. Perpendicularidades entre planos oblíquos e de rampa
13. Perpendicularidades entre retas e planos definidos por retas
14. Perpendicularidades entre planos definidos por traços e planos definidos por retas
15. Perpendicularidades entre planos definidos por retas
16. Perpendicularidades entre uma reta e duas retas
- 17 e 18. Exercícios

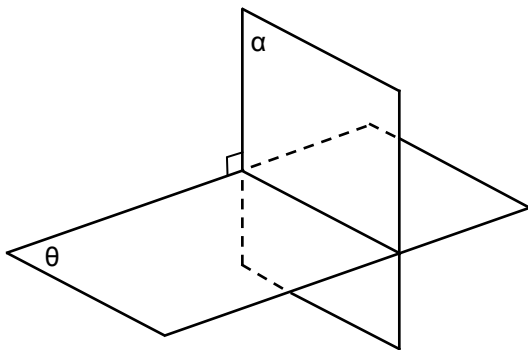
As perpendicularidades no espaço

Na segunda parte deste capítulo estudam-se as perpendicularidades entre: uma reta e um plano, dois planos, duas retas. No espaço é fácil verificar e compreender essas situações de perpendicularidade; contudo, nas projeções nem sempre as situações se apresentam tão óbvias nem de resolução imediata.



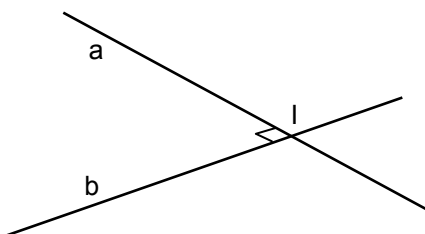
Perpendicularidade entre uma reta e um plano

Aqui mostra-se um plano horizontal e uma reta vertical. Obviamente, em qualquer posição que estejam, uma reta e um plano são perpendiculares sempre que fazem entre si um ângulo reto.



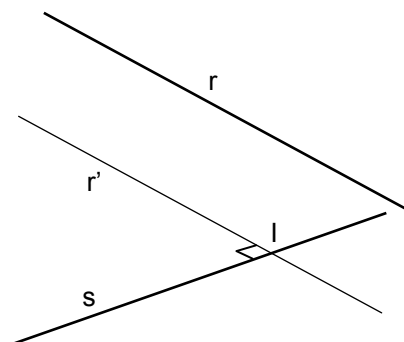
Perpendicularidade entre dois planos

Aqui mostra-se um plano numa posição horizontal, outro numa posição vertical. Contudo, quaisquer planos são perpendiculares entre si sempre que fazem um ângulo reto.



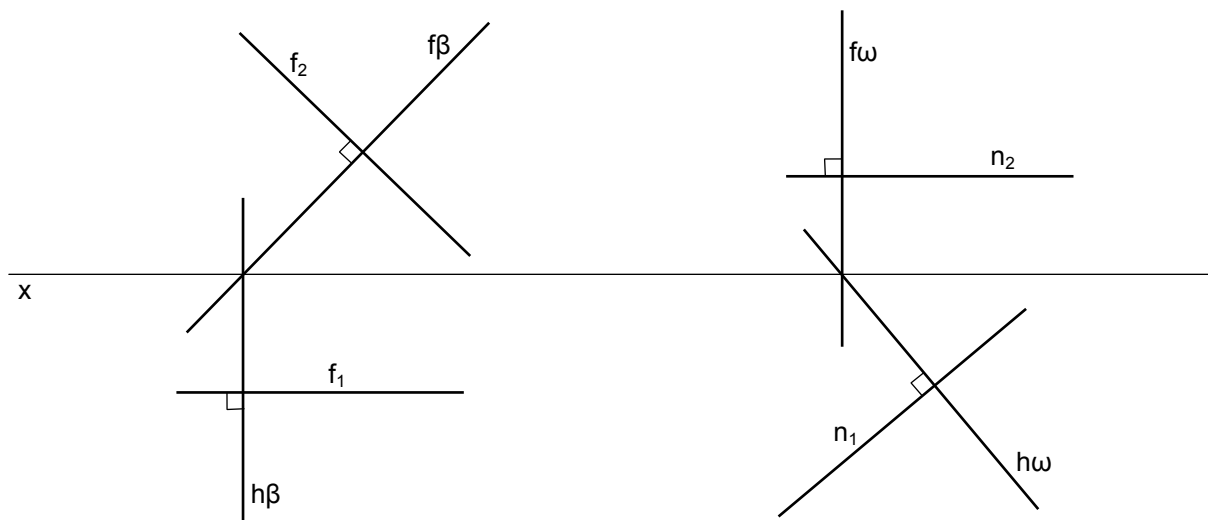
Perpendicularidade entre duas retas

Duas retas podem ser perpendiculares sendo concorrentes ou enviesadas. Em qualquer dos casos fazem um ângulo reto entre si. Nalguns casos (situação de baixo), prova-se que as retas enviesadas são perpendiculares se cruzarmos por uma delas uma reta paralela à outra, devendo estas ser perpendiculares entre si.



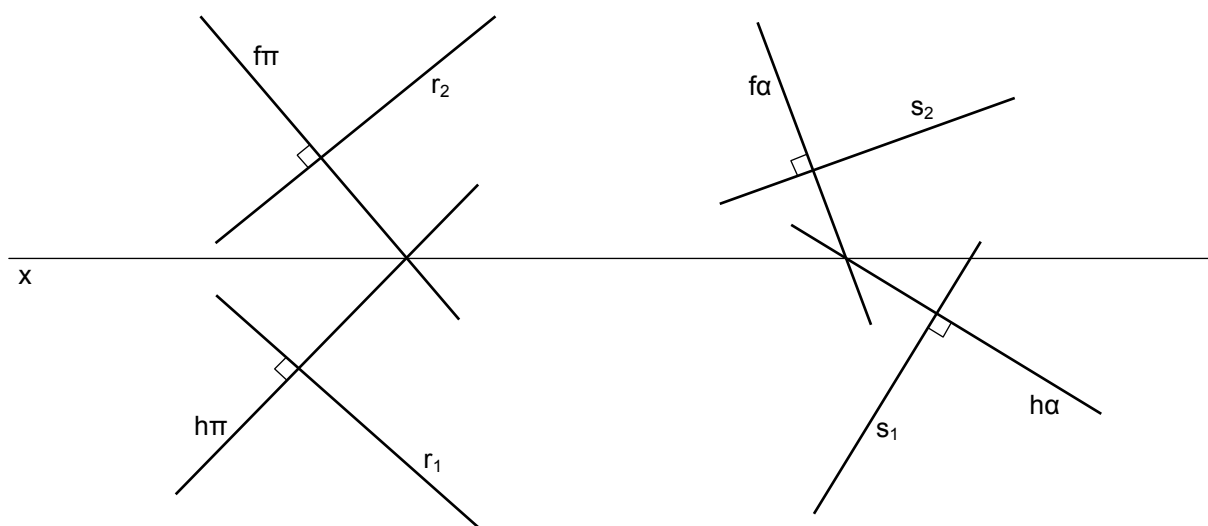
Perpendicularidades de resolução direta entre retas e planos

A perpendicularidade entre retas e planos origina situações muito diversas, umas óbvias e simples, outras complexas. Nesta página observam-se as situações mais simples. Em todos os casos as retas perpendiculares a planos têm as projeções perpendiculares aos traços homónimos dos planos. Não se apresentam traçados dos casos em que a perpendicularidade entre retas e planos é imediata: plano horizontal e reta vertical; plano frontal e reta de topo; plano de perfil e reta fronto-horizontal.



Retas perpendiculares aos planos de topo e vertical

Apenas as retas frontais podem ser perpendiculares aos planos de topo, bastando para isso que a sua projeção frontal seja perpendicular ao traço homónimo do plano. No caso do plano vertical, apenas as retas horizontais lhe podem ser perpendiculares, bastando que a sua projeção horizontal seja perpendicular ao traço homónimo do plano.



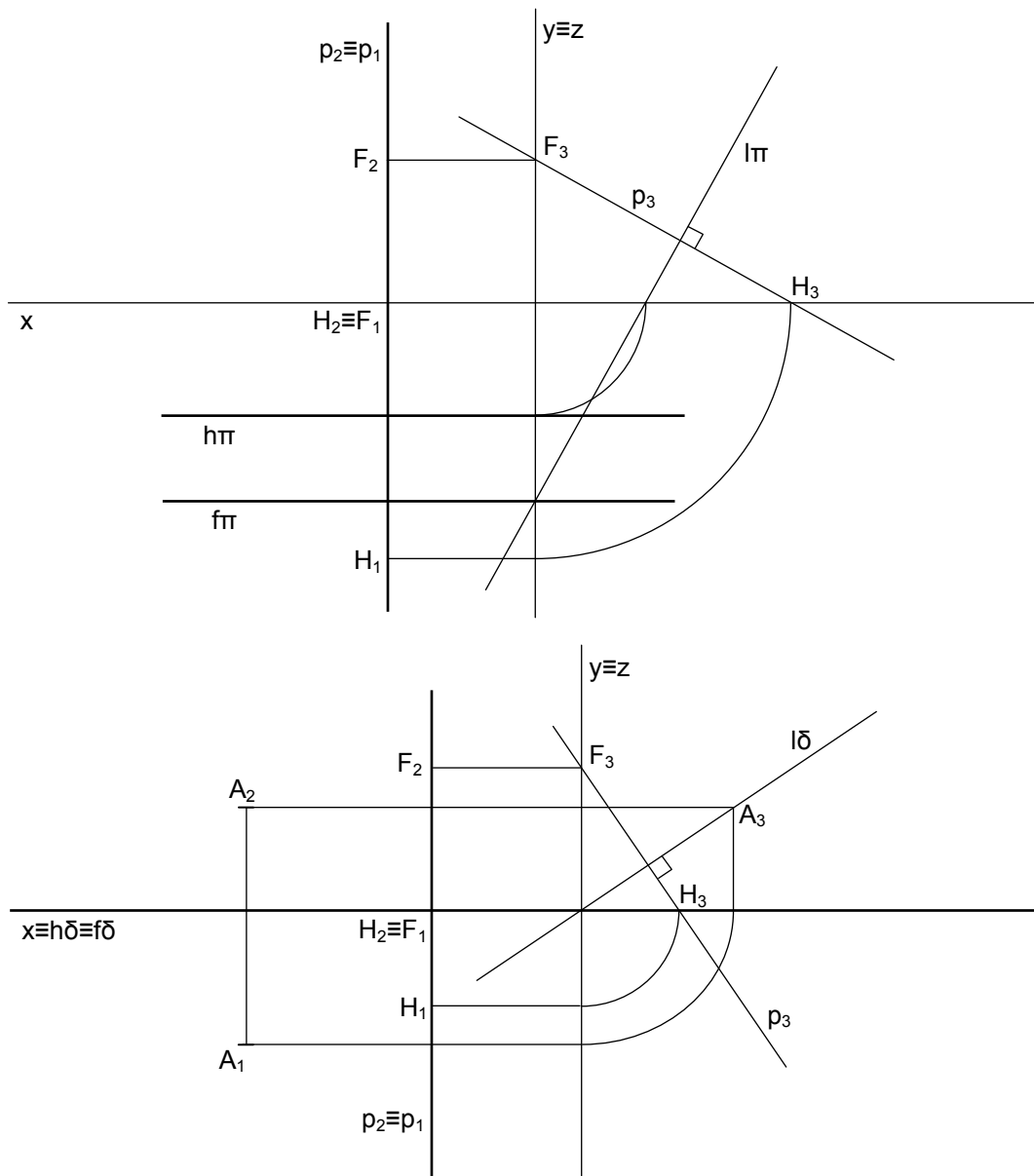
Reta perpendicular ao plano oblíquo

As retas perpendiculares ao plano oblíquo são retas oblíquas cujas projeções são perpendiculares aos traços homónimos do plano. Apresentam-se aqui duas situações.

Perpendicularidades entre o plano de rampa e a reta de perfil

Como se observou na página anterior, cada plano só pode ter um tipo de reta que lhe seja perpendicular, e vice-versa. Também só retas de perfil podem ser perpendiculares ao plano de rampa. Nos casos anteriores pode-se sempre traçar diretamente uma reta perpendicular a um plano; contudo, isso não é possível entre o plano de rampa e a reta de perfil. As projeções da reta são sempre perpendiculares aos traços do plano, mas isso não garante a perpendicularidade entre eles.

Para confirmar ou determinar o paralelismo entre um plano de rampa e uma reta de perfil recorre-se aqui ao plano lateral de projeção; contudo, podem também ser utilizados os métodos geométricos auxiliares: rebatimentos, rotações ou mudanças de planos.



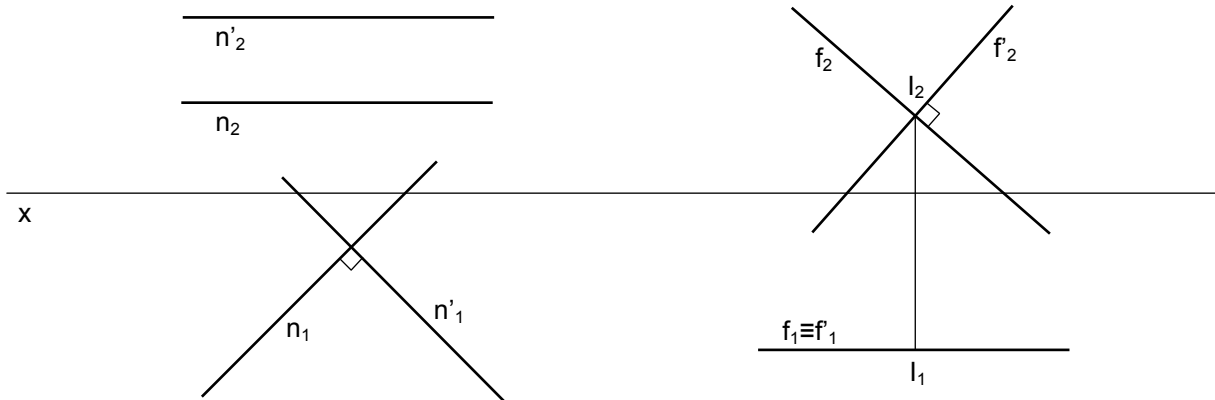
Reta perpendicular ao plano de rampa

Para que a reta de perfil e o plano de rampa sejam perpendiculares entre si, a projeção lateral da reta tem de ser perpendicular ao traço lateral do plano. O segundo exemplo mostra um plano passante.

Perpendicularidades de resolução direta entre retas

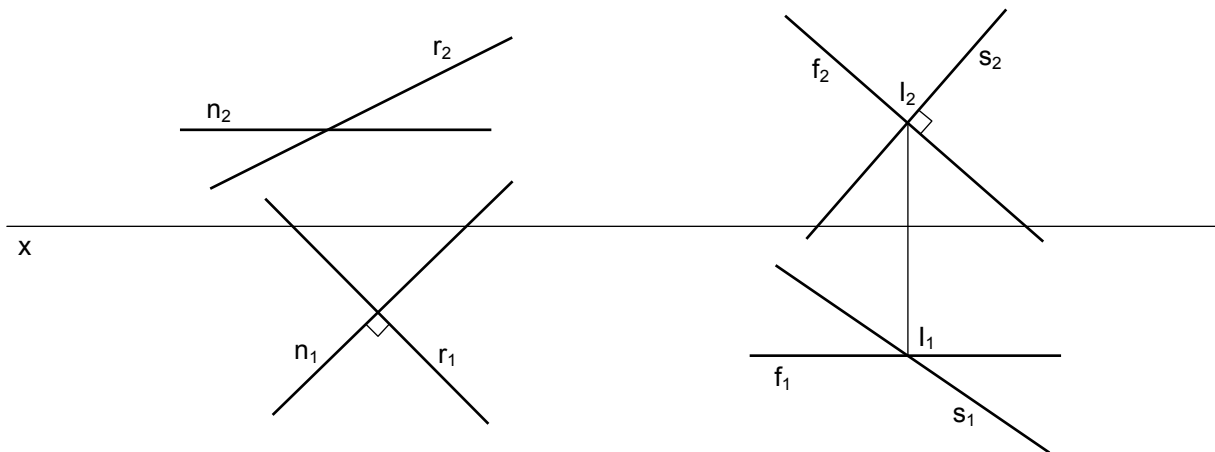
Nesta página exemplificam-se casos em que se podem traçar diretamente duas retas perpendiculares entre si, sem necessidade de utilizar qualquer processo auxiliar.

Determinados tipos de retas são sempre perpendiculares, como tal, não se apresentam aqui traçados relativos a essas situações: reta fronto-horizontal com as retas de perfil, de topo e vertical; reta vertical com as retas horizontal, de topo e fronto-horizontal; reta de topo com as retas vertical, frontal e fronto-horizontal; reta de perfil com a reta fronto-horizontal; reta frontal com a reta de topo; reta horizontal com a reta vertical.



Perpendicularidades entre retas horizontais e entre retas frontais

Duas retas horizontais são perpendiculares quando as suas projeções horizontais também o são. Duas retas frontais são perpendiculares quando as suas projeções frontais o são. No primeiro caso temos retas enviesadas, no segundo retas concorrentes.

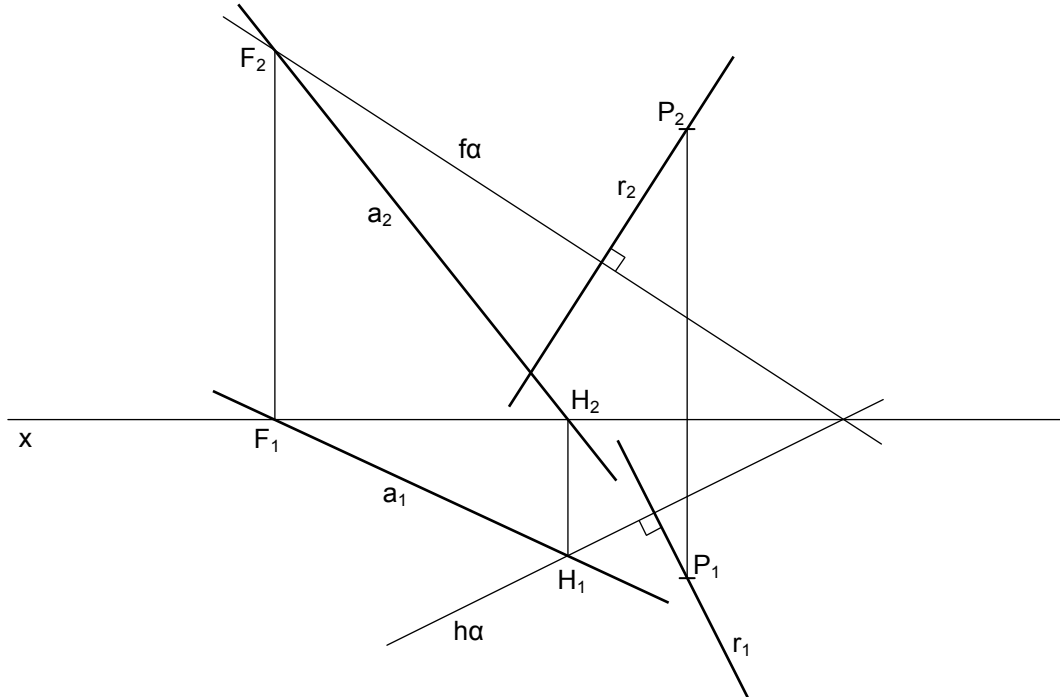


Reta oblíqua perpendicular às retas horizontal e frontal

Para que as retas oblíqua e horizontal sejam perpendiculares entre si basta que as suas projeções horizontais o sejam. No caso das retas oblíqua e frontal basta que sejam perpendiculares as suas projeções frontais. A posição relativa entre as outras projeções é indiferente. Também aqui se mostram retas enviesadas no primeiro caso e concorrentes no segundo.

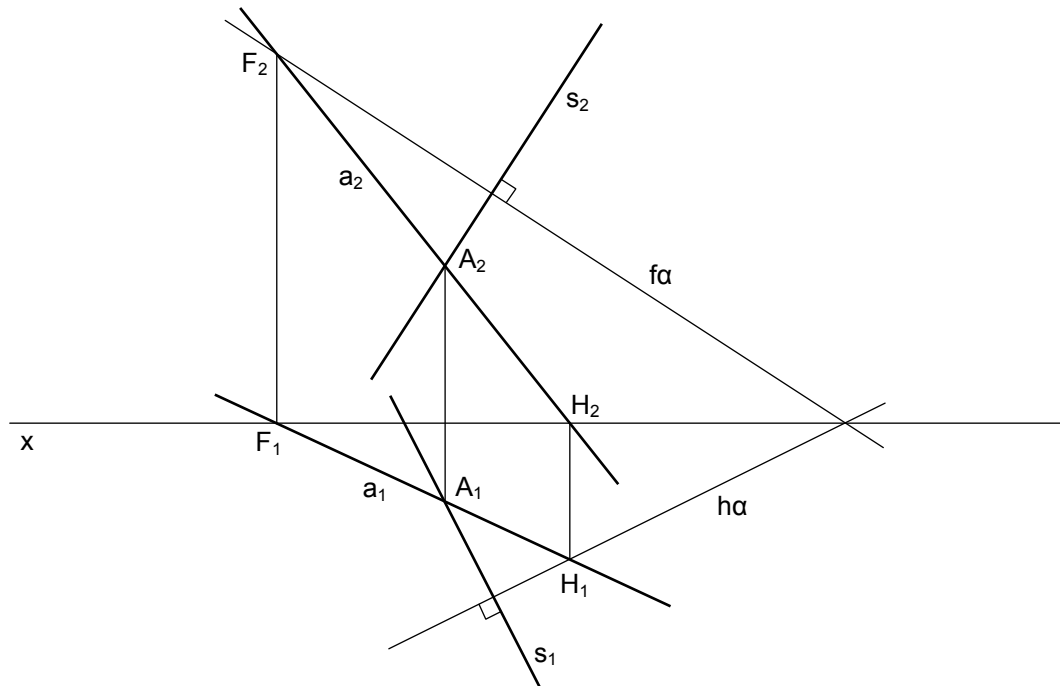
Perpendicularidades entre retas oblíquas

Mostra-se aqui a perpendicularidade entre retas oblíquas. Duas retas oblíquas são perpendiculares quando uma delas é perpendicular a um plano oblíquo que contém a outra.



Perpendicularidade entre retas oblíquas enviesadas

A reta r é perpendicular à reta a porque é perpendicular ao plano α , que a contém. Pretende-se que essa reta contenha o ponto P .

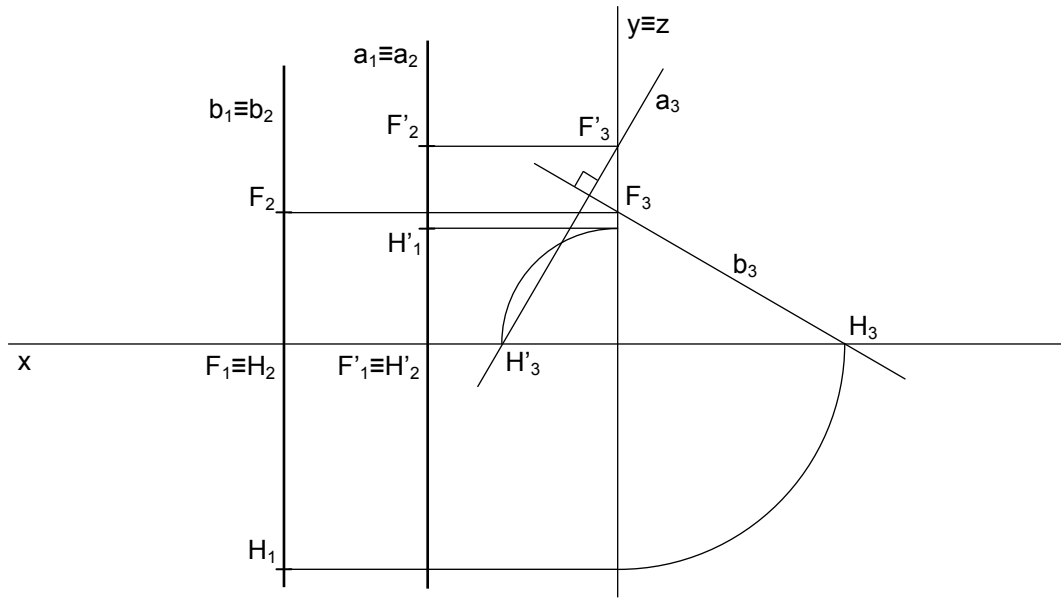


Perpendicularidade entre retas oblíquas concorrentes

Esta situação apresenta-se idêntica à anterior. Simplesmente, a reta s , além de ser perpendicular ao plano α , que contém a reta a , é ainda concorrente com essa reta no ponto A da reta dada.

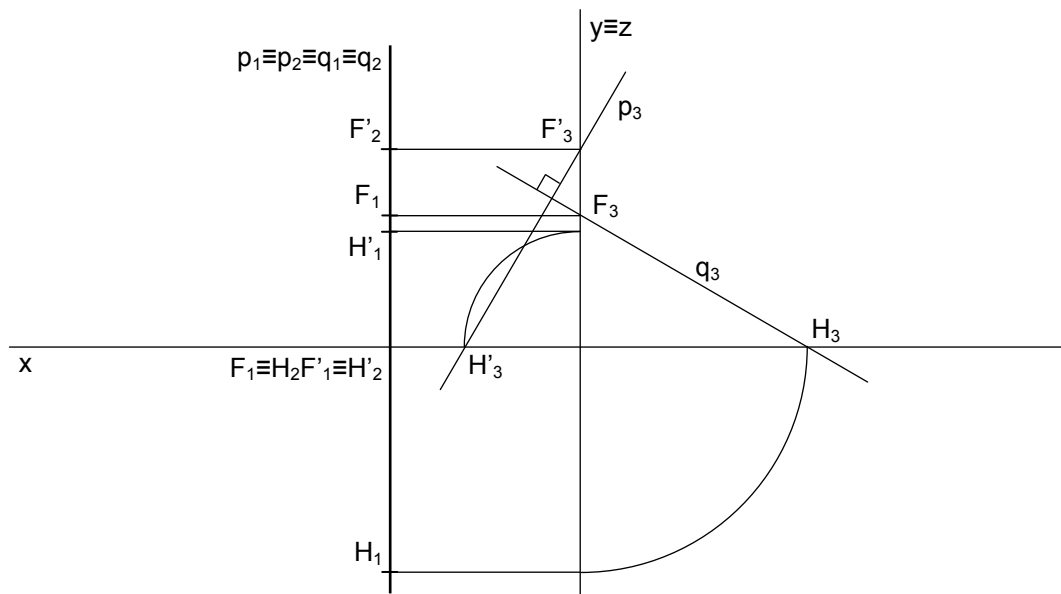
Perpendicularidades entre retas de perfil

Pode-se representar retas de perfil perpendiculares entre si, ou confirmar se o são, recorrendo às suas projeções laterais. Também se podem utilizar os métodos geométricos auxiliares: rebatimentos, rotações e mudanças de plano. Aqui exemplifica-se com retas definidas pelos seus traços mas, obviamente, este processo também é válido para retas definidas por outros pontos.



Perpendicularidade entre retas de perfil enviesadas

Duas retas de perfil perpendiculares, enviesadas ou não, têm projeções laterais perpendiculares entre si.

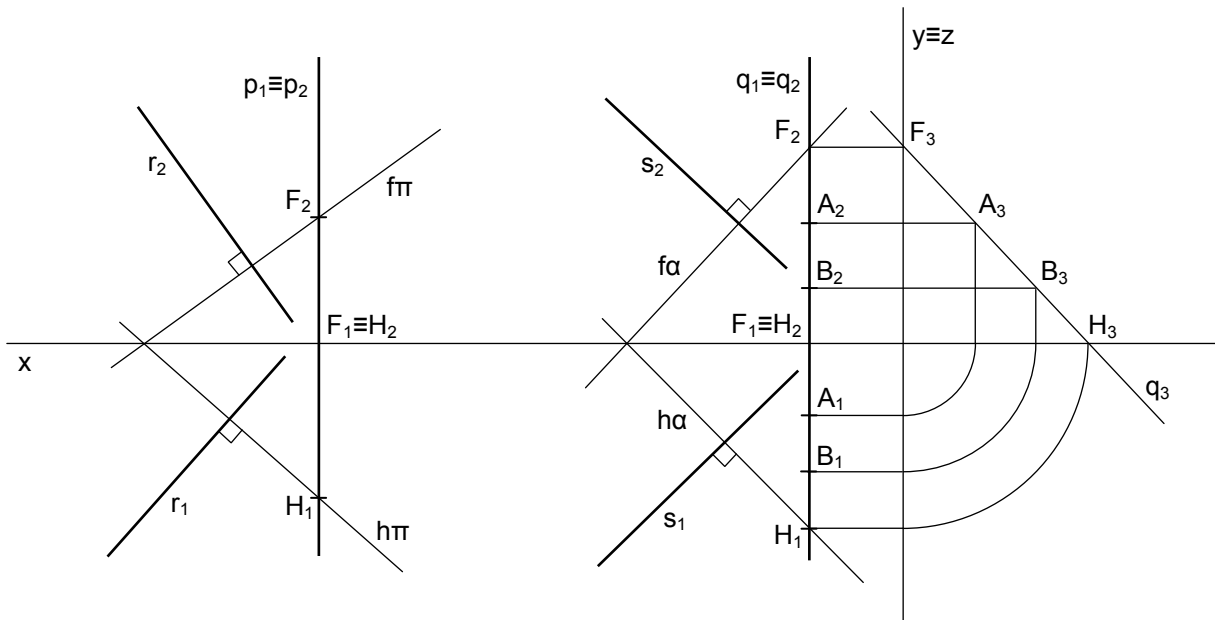


Perpendicularidade entre retas de perfil concorrentes

O exemplo que aqui se mostra é idêntico ao anterior, com a diferença de as retas de perfil terem a mesma abcissa, ou seja, serem concorrentes.

Perpendicularidades entre retas oblíquas e de perfil

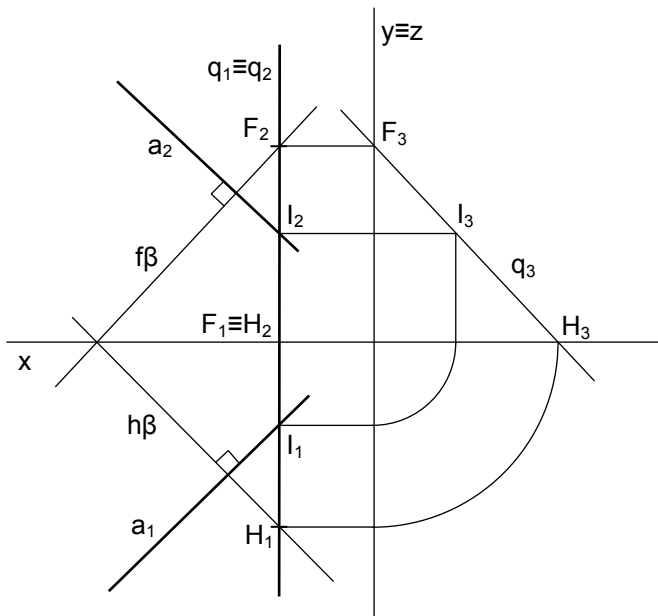
Uma reta oblíqua é perpendicular a uma de perfil quando uma delas é perpendicular a um plano oblíquo que a contém.



Perpendicularidade entre as retas oblíqua e de perfil enviesadas

A reta de perfil da esquerda é definida pelos seus traços. O plano oblíquo contém essa reta, pelo que qualquer reta que lhe seja perpendicular é também perpendicular à reta de perfil.

A reta de perfil da direita é definida pelos pontos A e B, pelo que se recorre às projeções laterais para determinar os seus traços. Daí em diante procede-se da mesma forma.



Perpendicularidade entre as retas oblíqua e de perfil concorrentes

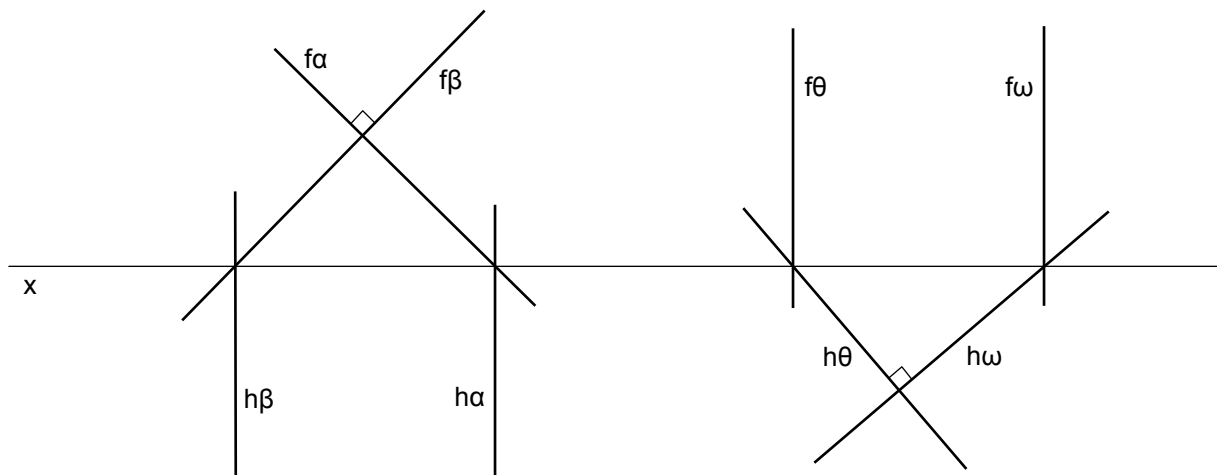
Esta situação apresenta aspetos das duas anteriores. Sendo a reta de perfil definida pelos seus traços, o plano oblíquo que a contém pode traçar-se diretamente. Contudo, é necessário recorrer à projeção lateral da reta de perfil para se poder escolher o ponto I, de intersecção com a reta a.

Se a reta de perfil fosse definida por dois pontos que não os traços, procedia-se como no segundo caso de cima, cruzando-se a reta oblíqua com o ponto pretendido.

Perpendicularidades de resolução direta entre planos

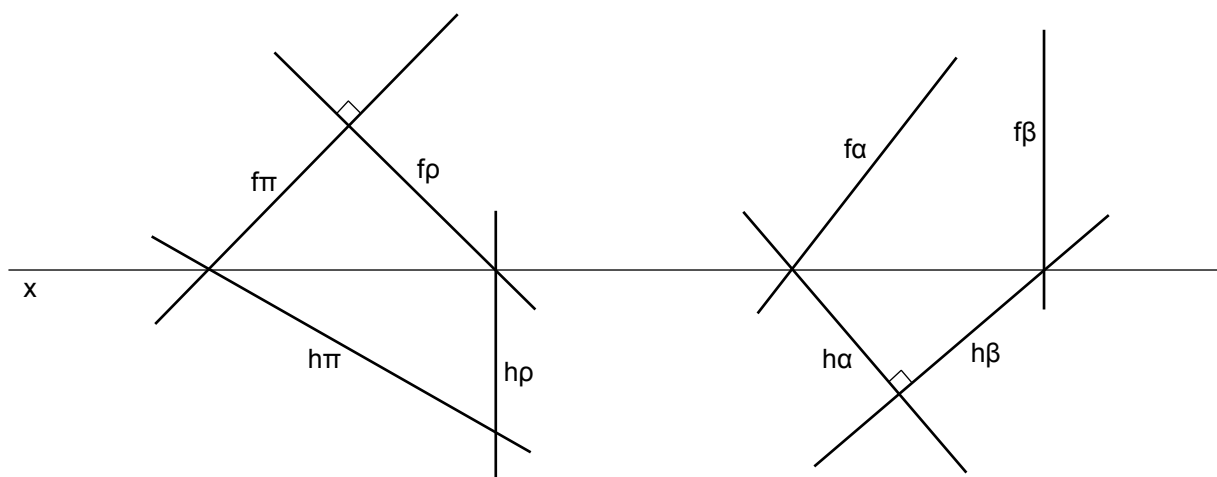
As perpendicularidades entre planos apresentam situações muito diversas. Nesta página mostram-se aquelas que se representam sem recurso a qualquer processo auxiliar.

Há situações em que a perpendicularidade entre planos é imediata, pelo que não se mostram os traçados relativos a essas situações: plano horizontal com os planos de perfil, vertical e frontal; plano frontal com os planos de perfil, horizontal e de topo; plano de perfil com os planos horizontal, frontal e de rampa; plano de rampa com plano de perfil; plano de topo com plano frontal; plano vertical com plano horizontal.



Perpendicularidade entre planos de topo e entre planos verticais

Dois planos de topo são perpendiculares quando os seus traços frontais o são. No caso dos planos verticais, tem de existir perpendicularidade entre os traços horizontais.

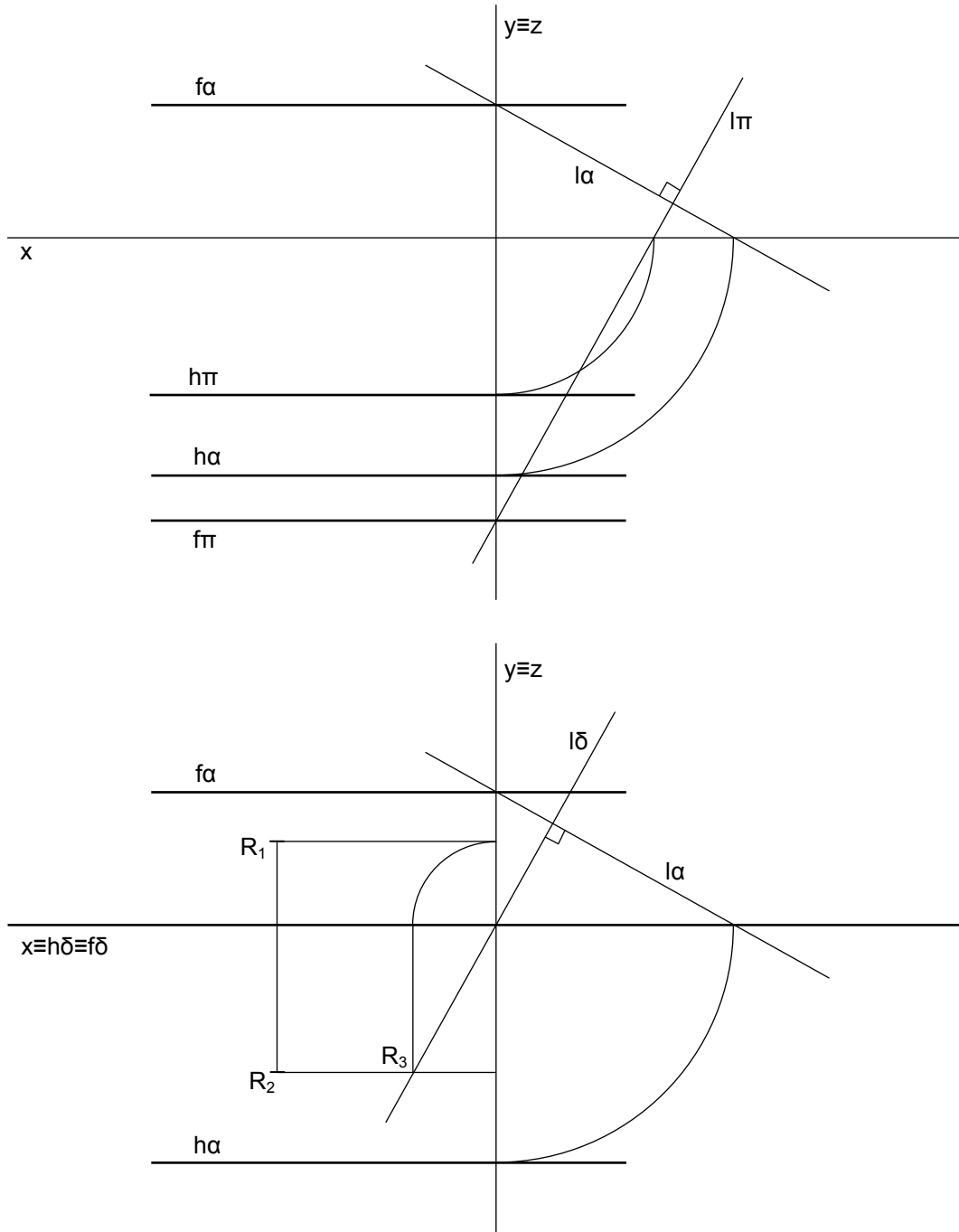


Perpendicularidade entre o plano oblíquo e os planos de topo e vertical

Um plano oblíquo é perpendicular a um plano de topo quando os seus traços frontais o são; é perpendicular a um plano vertical quando os seus traços horizontais o são. O ângulo entre os outros traços é indiferente.

Perpendicularidades entre planos de rampa

Para obter dois planos de rampa perpendiculares recorre-se aqui ao plano lateral de projeção. Podem também ser utilizados os métodos geométricos auxiliares: rebatimentos, rotações ou mudanças de planos.



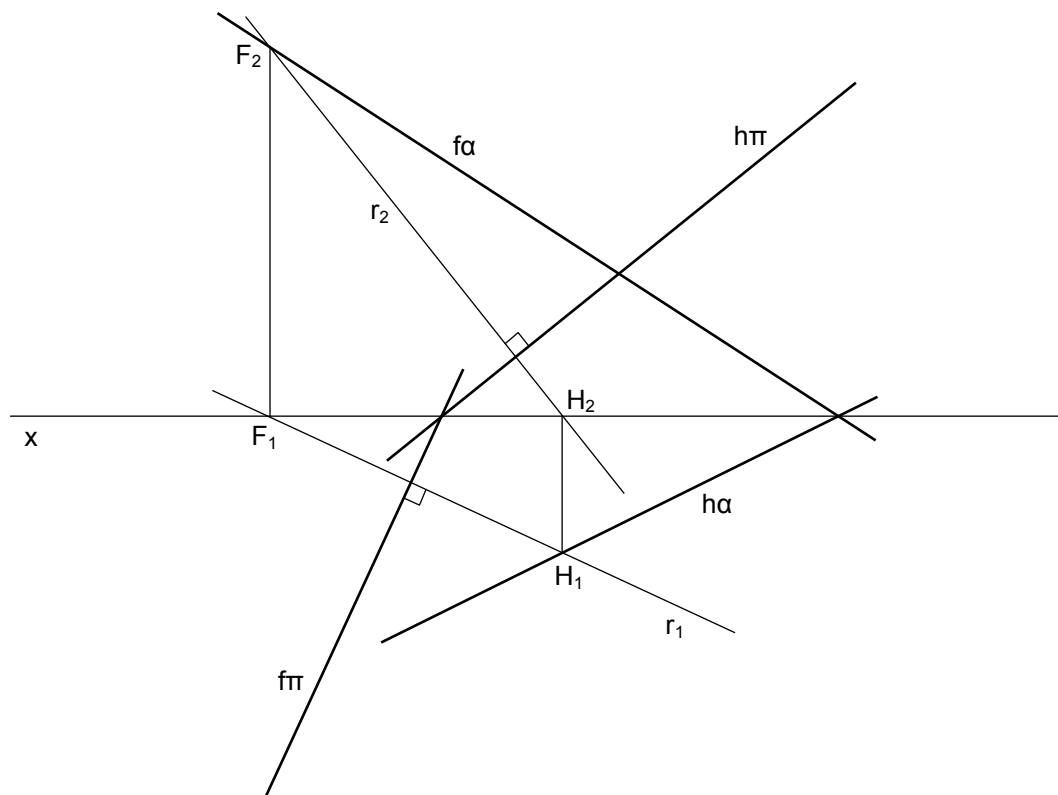
Dois planos de rampa perpendiculares

Para que dois planos de rampa sejam perpendiculares entre si é necessário que os seus traços laterais também sejam perpendiculares.

Na situação de baixo, um dos planos é passante e contém o ponto R.

Perpendicularidade entre planos oblíquos

Para garantir que dois planos oblíquos são perpendiculares entre si, é necessário que um deles contenha uma reta perpendicular ao outro.



Dois planos oblíquos perpendiculares

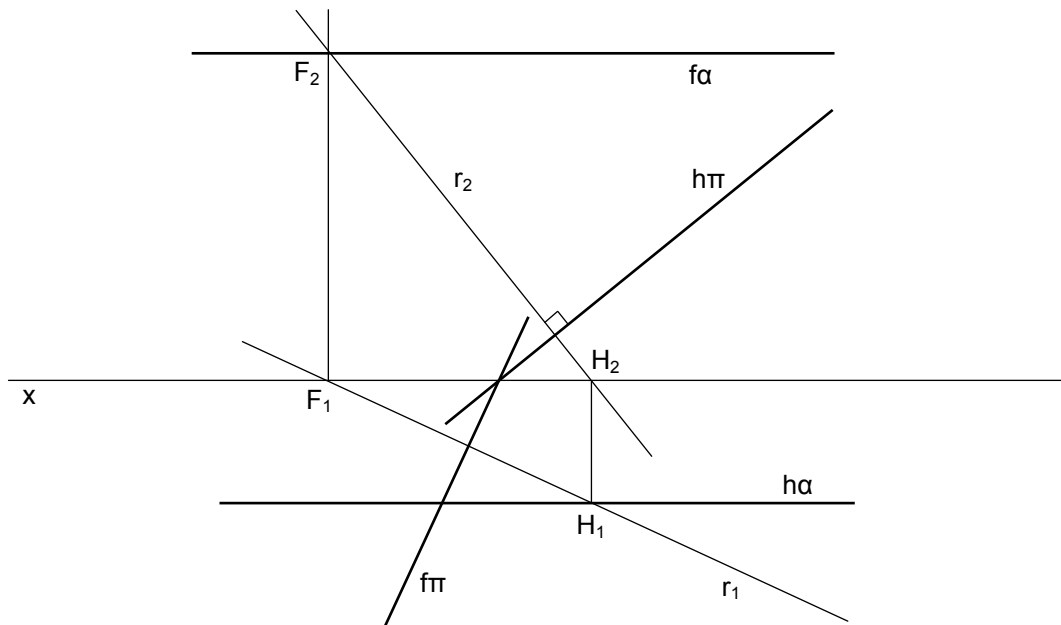
Podemos observar qualquer dos planos como sendo o dado ou o pedido. Se for π o plano dado, traça-se uma reta r perpendicular a ele; o plano α é-lhe perpendicular por conter essa reta. Se for α o plano dado traça-se a recta r que lhe pertence; o plano π é-lhe perpendicular por ser perpendicular a essa reta.

Em ambos os casos é possível traçar um número infinito de planos perpendicular ao outro, caso não se exija qualquer condição ao plano pedido. Se se exigir que um plano contenha um ponto dado, por exemplo, o plano a traçar já terá de ter esse fator em conta.

Estas são duas abordagens a uma situação que, na prática, pode ser utilizada consoante o modo como um enunciado é apresentado.

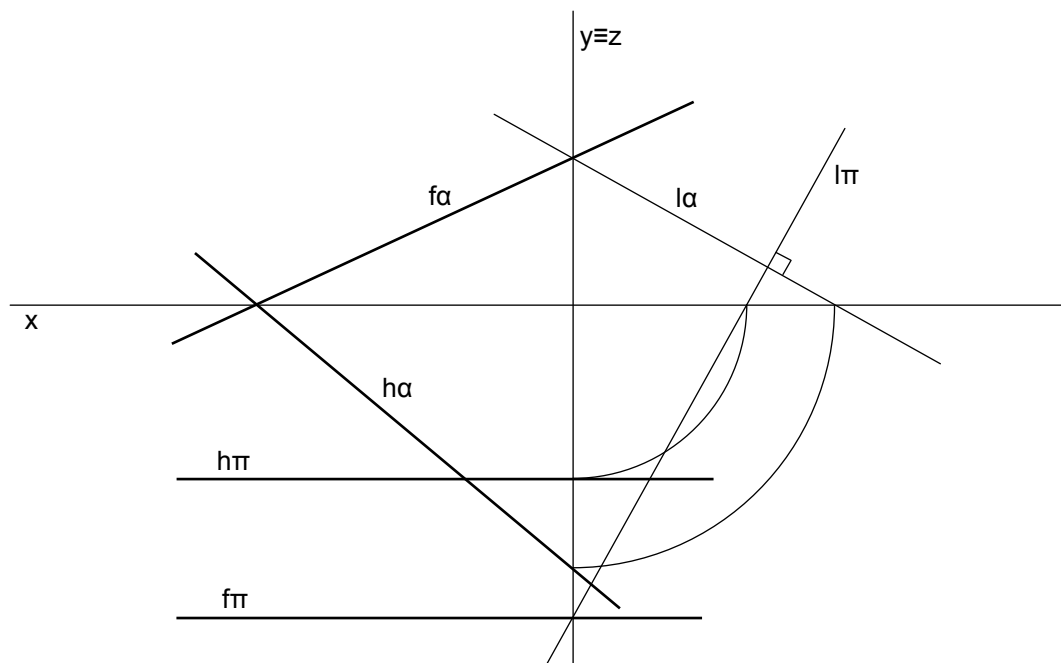
Perpendicularidades entre planos oblíquos e de rampa

Na perpendicularidade entre um plano oblíquo e um plano de rampa seguem-se dois caminhos diferentes, consoante o plano dado seja o oblíquo ou o de rampa.



Plano oblíquo e de rampa perpendiculares, sendo dado o plano oblíquo

Sendo dado o plano oblíquo, o plano de rampa é-lhe perpendicular porque contém a reta r que lhe é perpendicular.

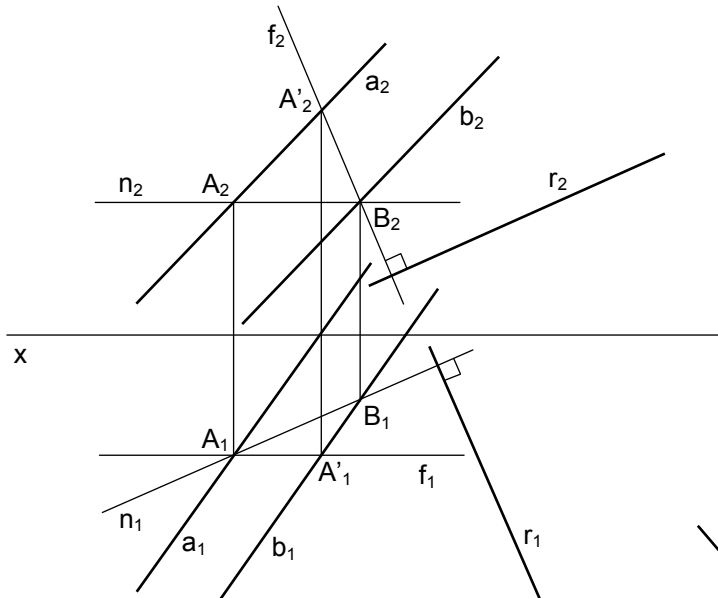


Plano oblíquo e de rampa perpendiculares, sendo dado o plano de rampa

Um plano oblíquo e um plano de rampa perpendiculares entre si têm os seus traços laterais perpendiculares. Também se pode utilizar uma reta de perfil perpendicular ao plano de rampa utilizando, por exemplo, um rebatimento, mas este processo permite simplificar o traçado.

Perpendicularidades entre retas e planos definidos por retas

Aqui mostra-se como determinar retas perpendiculares a planos definidos por retas, sem recorrer aos traços desses planos.

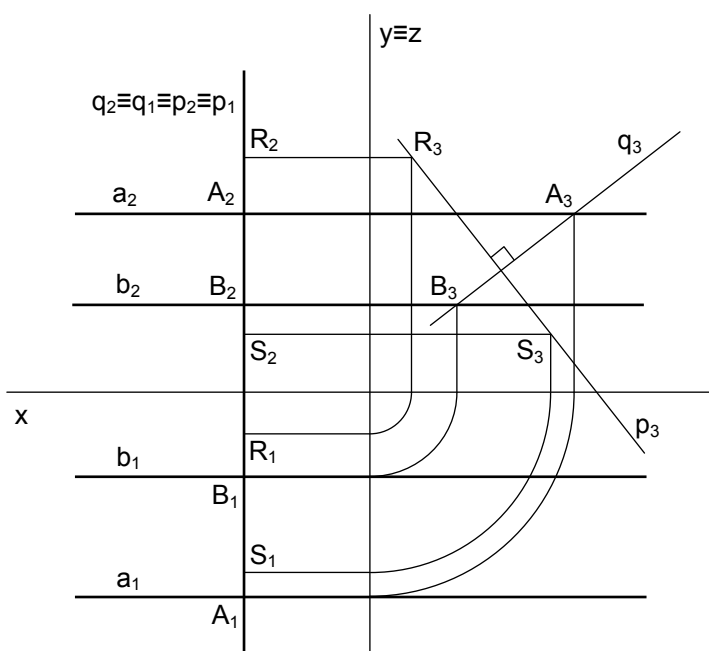
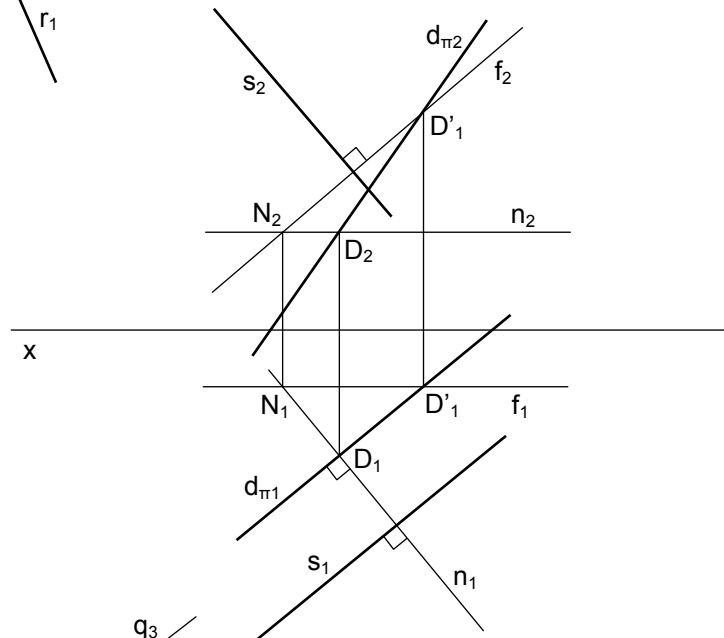


Reta perpendicular a plano definido por retas oblíquas

Num plano definido por retas, para saber a direção de uma reta perpendicular, determina-se uma reta horizontal e outra frontal desse plano. Uma reta perpendicular ao plano deverá ter as suas projeções perpendiculares às projeções inclinadas dessas retas.

Reta perpendicular a plano definido por reta de maior declive

Como no caso anterior, traça-se uma reta horizontal e outra frontal do plano definido pela reta de maior declive. As projeções da reta pretendida são perpendiculares às projeções inclinadas dessas retas.

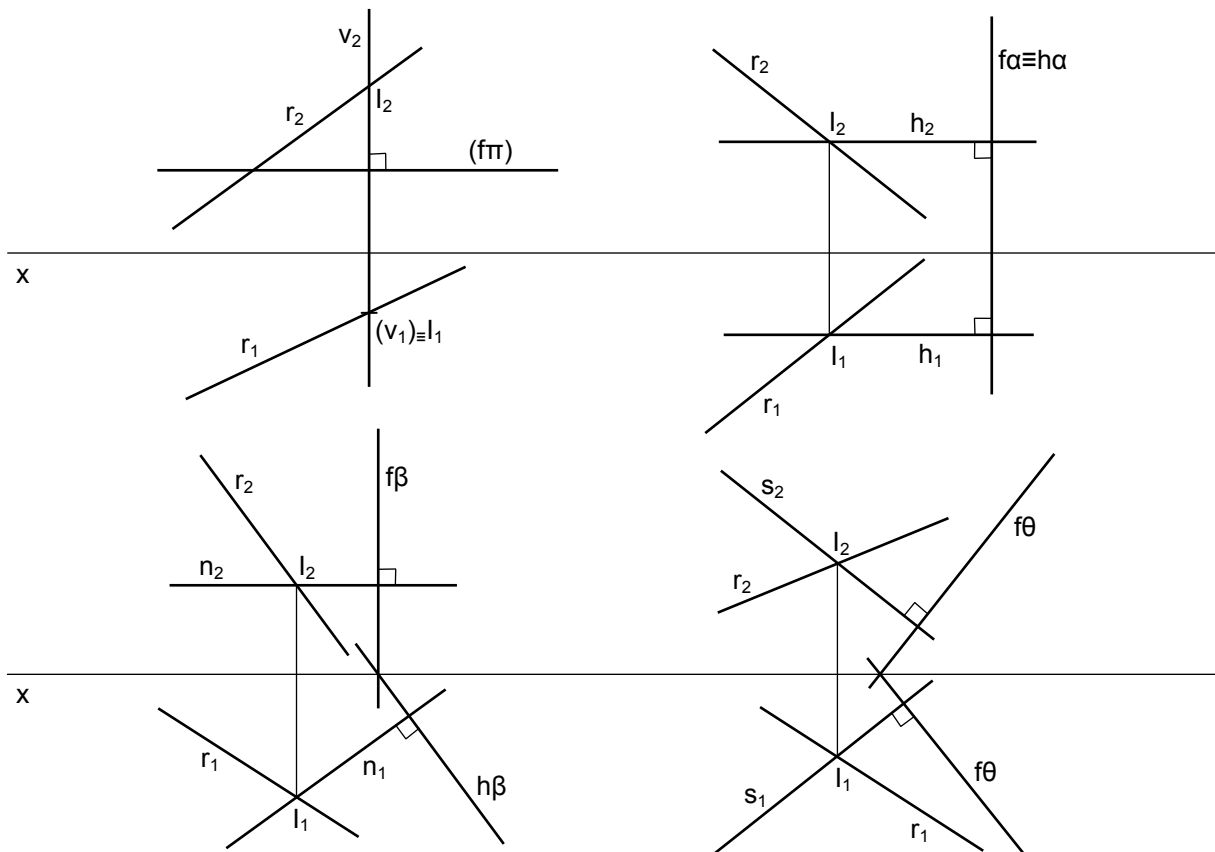


Reta perpendicular a plano definido por retas fronto-horizontais

Um plano definido por duas retas fronto-horizontais é de rampa; uma reta perpendicular a esse plano é de perfil. Para a determinar utiliza-se aqui a reta de perfil q, do plano. A reta pretendida, p, terá que ser perpendicular a essa, o que se confirma na projeção lateral.

Perpendicularidades entre planos definidos pelos traços e planos definidos por retas

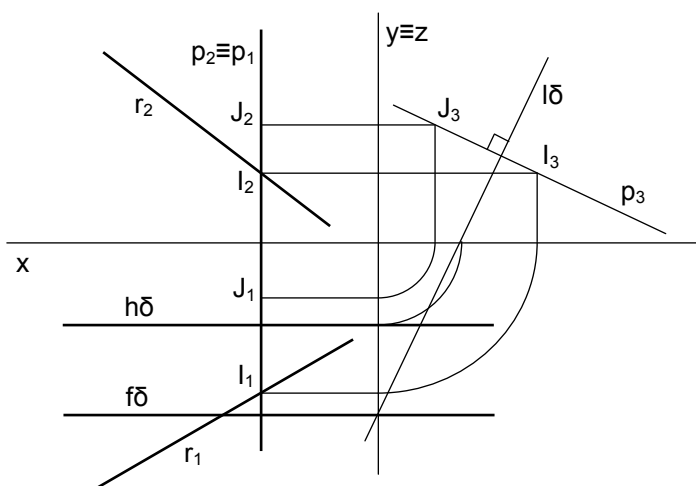
As situações de perpendicularidade entre um plano definido pelos traços e outro definido por duas retas são, de um modo geral, simples. Mostram-se aqui vários exemplos.



Situações genéricas de perpendicularidades entre planos definidos por traços e planos definidos por retas

Estas situações mostram planos diferentes mas têm resoluções idênticas, pois basta que uma das retas seja perpendicular ao plano definido pelos traços para que os planos sejam perpendiculares entre si. A reta r que surge em todos os casos pode-se representar de forma aleatória.

Nestes exemplos são retas concorrentes que definem um plano, mas também se pode optar por paralelas. Caso se pretenda um plano em que um dos traços faça um ângulo preciso, acrescenta-se no plano definido



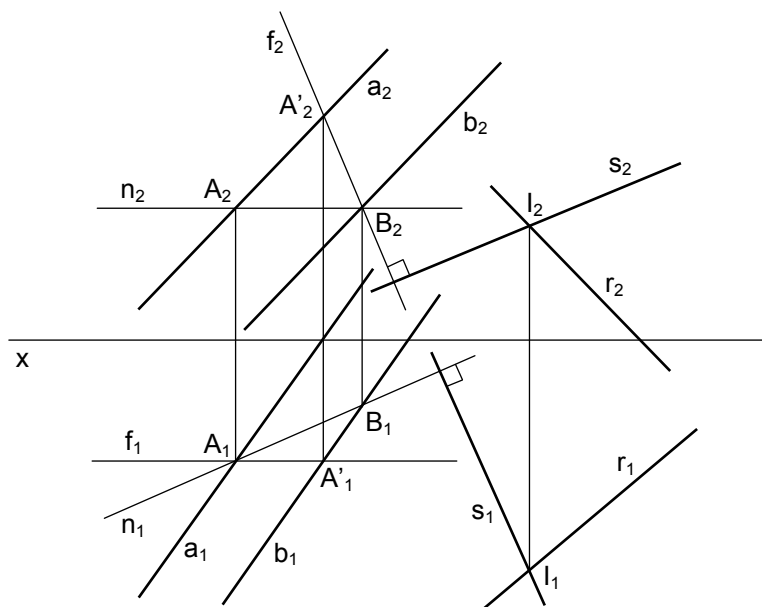
Perpendicularidade entre um plano de rampa definido pelos traços e um plano oblíquo definido por retas

Aqui o plano oblíquo está definido por uma reta oblíqua e outra de perfil. Para que um plano seja perpendicular a outro, a projeção lateral da reta de perfil terá de ser perpendicular ao traço lateral do plano de rampa.

Perpendicularidades entre planos definidos por retas

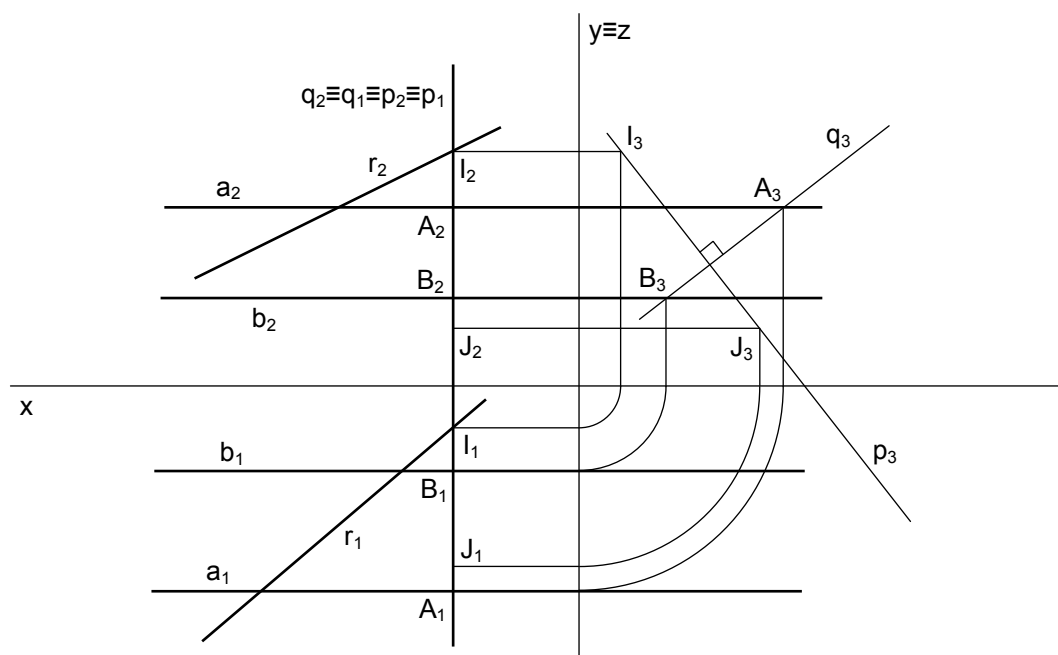
Mostra-se aqui como se representam planos perpendiculares entre si, ambos definidos por retas. Trata-se de situações cujas resoluções são idênticas às utilizadas em exercícios das páginas precedentes, pelo que se aconselha comparar os traçados desta com os dessas páginas.

Se num enunciado um plano se apresenta definido por três pontos, traçam-se por eles duas retas concorrentes ou paralelas.



Situação genérica de perpendicularidade entre planos definidos por retas

Partindo do plano definido pelas retas paralelas, determinou-se uma reta horizontal e outra frontal, por terem a direção dos traços do plano a que pertencem. O outro plano basta ter uma reta perpendicular a este. A outra reta, r neste caso, tem uma posição aleatória, podendo até ser paralela à reta s .

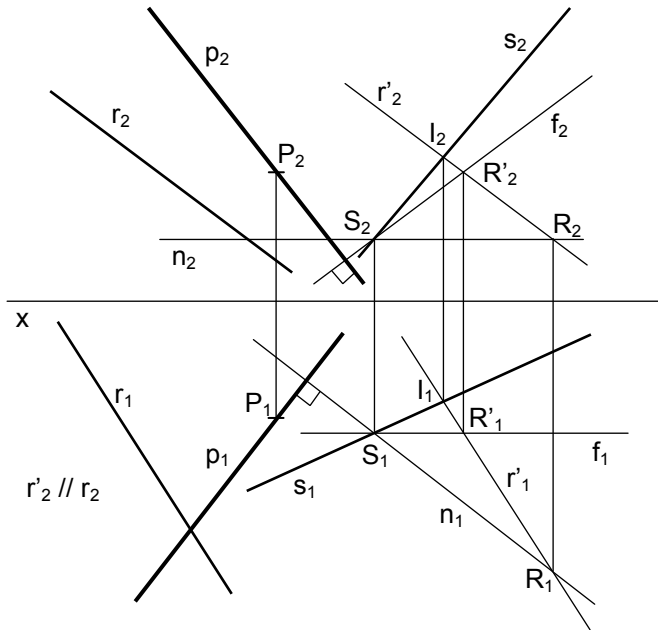


Situação específica de perpendicularidade entre planos definidos por retas

Um plano definido por duas retas fronto-horizontais é um plano de rampa; uma reta perpendicular a esse plano é de perfil. Para a determinar utiliza-se aqui a reta de perfil q , do plano. A reta pretendida, p , terá que ser perpendicular a essa, o que se confirma na projeção lateral. A reta r tem uma posição aleatória.

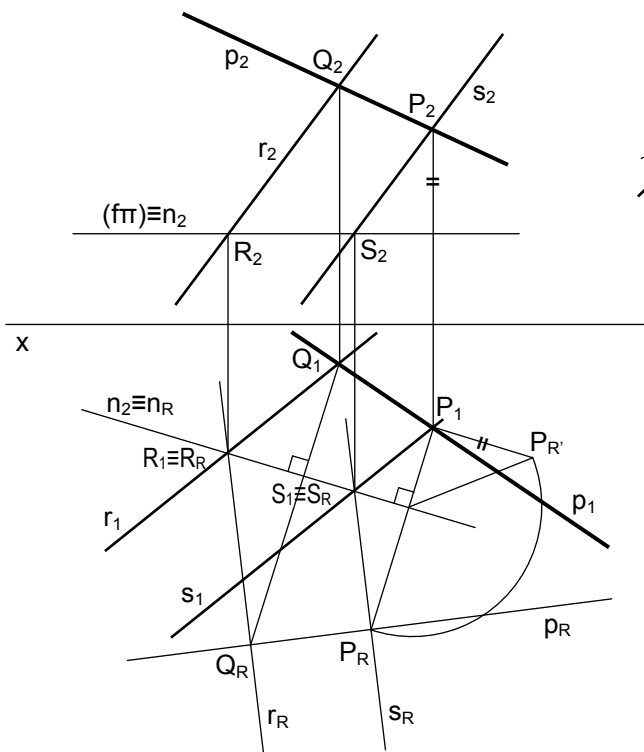
Perpendicularidades entre uma reta e duas retas

Mostram-se aqui três exemplos de uma reta perpendicular a duas. Em dois dos casos, a reta é também concorrente com as retas dadas.



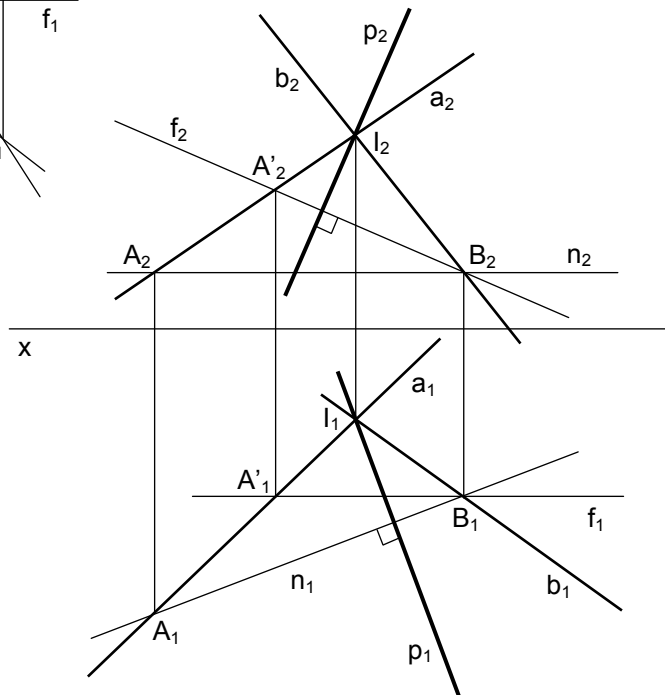
Reta perpendicular e concorrente com duas retas concorrentes

Este exercício é uma situação específica de perpendicularidade entre uma reta e um plano definido por duas retas concorrentes, com a particularidade de a reta pedida ter de cruzar as outras (o mesmo que dizer o plano definido pelas outras) no seu ponto de intersecção.



Reta perpendicular a duas retas enviesadas

Para traçar uma reta perpendicular às retas r e s , passando pelo ponto P , procedeu-se do seguinte modo: cruzou-se por s a reta r' paralela a r ; traçaram-se as retas frontal f e horizontal n do plano definido por s e r' . Sendo a reta p perpendicular a esse plano, é também perpendicular às retas r e s .



Reta perpendicular e concorrente com duas retas paralelas

Aqui rebate-se o plano definido pelas duas retas. No rebatimento traça-se a reta que lhes é perpendicular. Optou-se por cruzar a reta pedida com a reta s no ponto P (com que se fez o rebatimento) para poupar traçado. Essa reta cruza r no ponto Q , que se contrarrebate com uma linha perpendicular à charneira.

Perpendicularidades – Exercícios

Perpendicularidades entre uma reta e um plano

1. Representar o plano de topo σ , que cruza o eixo x num ponto com 2cm de abcissa, fazendo 35° ad. Determinar a reta r , perpendicular a σ e contendo $P(2;2;-4)$.
2. Representar o plano vertical α , que cruza o eixo x num ponto com -3cm de abcissa, fazendo 55° ae. Determinar a reta s , perpendicular a α e contendo $A(1;-2;2)$.
3. Representar o plano ρ , que cruza o eixo x num ponto com -3cm de abcissa, fazendo os seus traços frontal e horizontal 65° ad e 40° ae, respetivamente. Determinar a reta a , perpendicular a ρ e contendo $N(-1;1;-4)$.
4. Representar o plano ρ do exercício anterior. Determinar a reta b , perpendicular a ρ , passante em R , com -3cm de abcissa.
5. Representar o plano π , que cruza o eixo x num ponto com -2cm de abcissa, fazendo os seus traços frontal e horizontal 45° ad e 30° ad, respetivamente. Determinar a reta a , perpendicular a π e passante em P , com 3cm de abcissa.
6. Representar o plano θ , cujos traços frontal e horizontal têm, -3cm de afastamento e 4cm de cota, respetivamente. Determinar a reta r , perpendicular a θ e contendo $R(4;3;3)$.

Perpendicularidades entre duas retas

7. Representar a reta horizontal n , que contém o ponto $M(2;4;-1)$ fazendo 25° ae. Determinar a reta oblíqua r , que contém M , é perpendicular a n e paralela ao $\beta_{1/3}$.
8. Representar a reta frontal f , que contém o ponto $T(2;3;-1)$, fazendo a sua projeção frontal 60° ae. Determinar a reta oblíqua s , que contém $N(-3;-1;4)$, é perpendicular a f e paralela ao $\beta_{2/4}$.
9. Representar a reta r , que contém os pontos $A(2;4;-1)$ e $B(2;2;3)$. Determinar a reta p , perpendicular a r e passante em P , com 5cm de abcissa.

10. Representar a reta r do exercício anterior. Determinar a reta s , passante num ponto com 3cm de abcissa, sendo perpendicular a r e fazendo a sua projeção frontal 50° ae.

11. Representar a reta b que contém $S(0;2;3)$ e $T(-2;4;5)$. Determinar a reta j , que contém T e é perpendicular a b , fazendo a sua projeção frontal 35° ae.

12. Representar a reta c , que contém $V(5;-1;4)$ e $Z(1;5;2)$. Determinar a reta de perfil k , perpendicular a c e passante em P , com 2,5cm de abcissa.

13. Representar a reta c do exercício anterior. Determinar a reta d , perpendicular a c , contendo $C(2;1;0)$ e fazendo a sua projeção frontal 25° ae.

Perpendicularidades entre planos

14. Representar o plano de topo ψ , que cruza o eixo x num ponto com -2cm de abcissa e faz 50° ae. Determinar o plano de topo ω , que contém $P(3;-3;1)$ e é perpendicular a ψ .

15. Representar o plano ψ do exercício anterior. Determinar o plano oblíquo δ , que contém $R(5;2;1)$, é perpendicular a ψ e ao $\beta_{1/3}$.

16. Representar o plano σ , que cruza o eixo x num ponto com 3cm de abcissa, fazendo os seus traços frontal e horizontal 65° ae e 35° ad, respetivamente. Determinar o plano α , perpendicular a σ , que contém $S(2;2,5;2)$, fazendo o seu traço frontal 40° ae.

17. Representar o plano σ e o ponto S do exercício anterior. Determinar o plano π , que contém S , é perpendicular a σ e ao $\beta_{2/4}$.

18. Representar o plano ρ , cujos traços frontal e horizontal têm -3cm de cota e 2cm de afastamento, respetivamente. Determinar o plano oblíquo θ , que contém o ponto $K(3;3;2)$, é perpendicular a ρ , fazendo o seu traço horizontal 70° ad.

19. Representar o plano ρ do exercício anterior. Determinar o plano passante ω , perpendicular a ρ .

Perpendicularidades entre retas e planos definidos por retas ou pontos

20. Representar o plano δ , definido pelos pontos $A(0;2;1)$, $B(-3;2;4)$ e $C(-5;5;2,5)$. Determinar a reta r que contém $P(4;-2;5)$ e é perpendicular a δ .

21. Representar o plano ψ , definido pelas retas a e b , paralelas ao $\beta_{2/4}$, que contêm, respetivamente, os pontos $A(3;6;1)$ e $B(1;3;2)$, fazendo as suas projeções frontais $40^\circ ae$. Determinar a reta s , perpendicular a ψ e passante no ponto Q com $-2cm$ de abcissa.

22. Representar o plano α , definido pela reta d_α , que contém o ponto $L(1;3;1)$, fazendo as suas projeções frontal e horizontal $55^\circ ad$ e $45^\circ ae$, respetivamente. Determinar a reta b , que contém L e é perpendicular a α .

23. Representar o plano de rampa σ , definido pelos pontos $R(6;5;-2)$ e $S(2;2;3)$. Determinar a reta q , perpendicular a σ e passante em A , com $4cm$ de abcissa.

24. Representar o plano passante π , definido pela reta r , passante no ponto P com $6cm$ de abcissa, fazendo as suas projeções frontal e horizontal $55^\circ ad$ e $40^\circ ad$, respetivamente. Determinar a reta p , perpendicular a π e contendo $Z(6;-2;6)$.

25. Representar o plano passante θ , definido pela reta de perfil b , que contém $P(3;3;2)$. Determinar a reta g , que é perpendicular a θ e contém P .

Perpendicularidades entre planos definidos por traços e planos definidos por retas ou pontos

26. Representar o plano ω , perpendicular ao $\beta_{1/3}$, que cruza o eixo x num ponto com $2cm$ de abcissa, fazendo o seu traço horizontal $50^\circ ae$. Determinar o plano ρ , definido por duas retas oblíquas r e s , que contém o ponto $P(-1;4;3)$ e é perpendicular a ω .

27. Representar o plano ω do exercício anterior. Determinar o plano δ , passante e perpendicular a ω , definido por uma reta oblíqua b e pelo eixo x .

28. Representar o plano ψ , cujos traços frontal e horizontal têm $3cm$ de cota e $5cm$ de afastamento, respetivamente. Determinar o plano α , perpendicular a ψ , definido pela reta de perfil p e por uma reta oblíqua r , concorrentes em $A(4;5;3)$.

29. Representar o plano ψ e o ponto A do exercício anterior. Determinar o plano σ , perpendicular a ψ , definido pelas retas fronto-horizontais a , que contém P , e b , que dista $2cm$ de a .

Perpendicularidades entre planos definidos por retas ou pontos

30. Representar o plano δ , definido pelos pontos $A(0;2;1)$, $B(-3;2;4)$ e $C(-5;5;2,5)$. Determinar o plano θ , perpendicular a δ , definido pelas retas r , oblíqua que contém $P(4;-2;5)$, e s , paralela a r .

31. Representar o plano δ e o ponto P do exercício anterior. Determinar o plano β , perpendicular a δ , definido pelas retas oblíqua e de perfil, respetivamente r e p , concorrentes em P .

32. Representar o plano ω , definido pelas retas a e b , paralelas ao $\beta_{2/4}$, que contêm, respetivamente, os pontos $A(3;6;1)$ e $B(1;3;2)$, fazendo as suas projeções frontais $40^\circ ae$. Determinar o plano ρ , perpendicular a ω , definido pelas retas s , oblíqua, e h , fronto-horizontais, concorrentes em $C(-4;5;3)$.

Perpendicularidades entre uma reta e duas retas

33. Representar o plano ω do exercício anterior. Determinar a reta p , perpendicular e concorrente com as retas dadas do plano, com a reta a no seu ponto com $3cm$ de cota.

34. Representar o plano α , definido pelas retas k e j , concorrentes em $A(3;4;6)$. As projeções frontal e horizontal de k fazem $65^\circ ae$ e $30^\circ ae$, as de j fazem $35^\circ ae$ e $40^\circ ad$, respetivamente. Determinar a reta r , perpendicular a α , sendo concorrente com k e j .

35. Representar as retas r e s . A primeira contém o ponto $R(-3;3;3)$, fazendo as suas projeções frontal e horizontal $35^\circ ad$ e $45^\circ ae$, respetivamente; a segunda contém o ponto $S(5;4;5)$, fazendo as suas projeções frontal e horizontal $60^\circ ae$ e $35^\circ ad$, respetivamente. Determinar a reta m , que contém $M(1;3;4)$ e é perpendicular a r e a s .