

14

SOMBRAS II

Neste capítulo mostra-se como se determinam sombras próprias e projetadas de sólidos sobre os planos de projeção, nomeadamente de pirâmides, prismas, cones e cilindros.

Sumário:

2. Sombras de sólidos no espaço

3 e 4. Sombras de pirâmides

5 e 6. Sombras de prismas

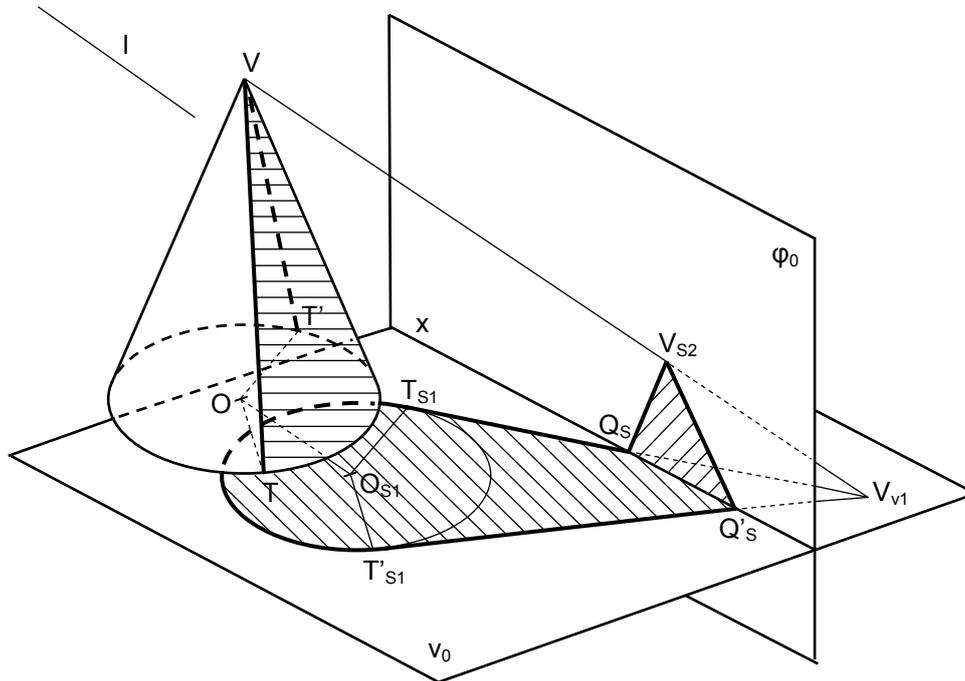
7, 8 e 9. Sombras de cones

10 e 11. Sombras de cilindros

12 e 13. Exercícios

Sombras de sólidos no espaço

Aqui mostra-se como surgem as sombras própria e projetada por um cone nos planos de projeção. Compreendendo esta situação, facilmente se compreendem outras envolvendo outros sólidos.



Sombras própria e projetada por um cone de revolução com base horizontal

Como a base do sólido é paralela ao PHP, determinam-se em primeiro lugar as sombras da base e do vértice nesse plano. A sombra da base, com centro em O_{S1} , liga-se a V_{V1} através das tangentes $[T_{S1}V_{V1}]$ e $[T'_{S1}V_{V1}]$. Essas tangentes dão origem aos pontos de quebra Q_S e Q'_S que, unidos à sombra real do vértice, V_{S2} , permitem determinar a sombra projetada pelo cone no PFP.

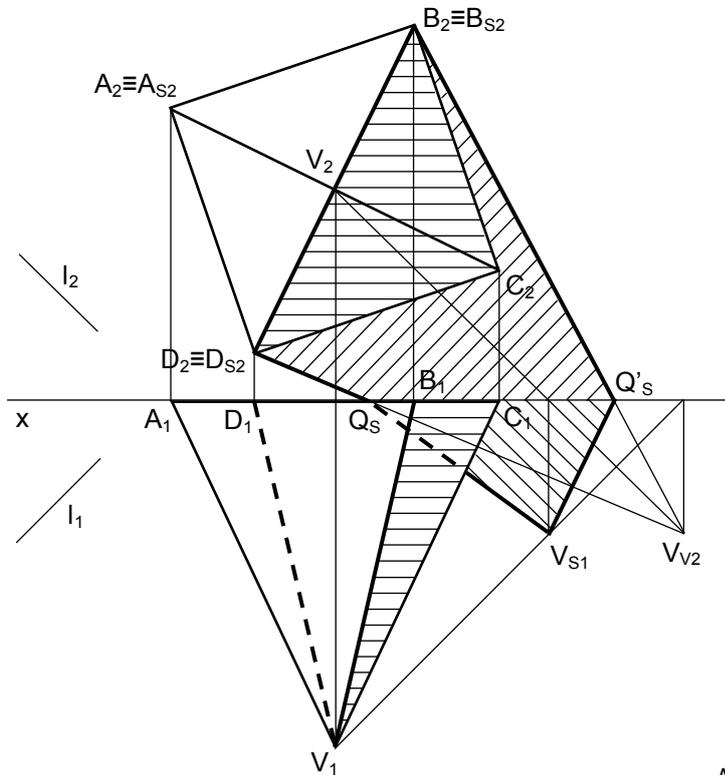
Para determinar a sombra própria traçam-se os raios $[OT]$ e $[OT']$, paralelos respetivamente a $[O_{S1}T_{S1}]$ e $[O_{S1}T'_{S1}]$. As geratrizes $[TV]$ e $[T'V]$ separam a zona iluminada do cone da zona em sombra própria, pelo que se designam separatrizes.

Aqui, como nas páginas seguintes, fazem-se tracejados finos para indicar as manchas de sombra: 45°ad no PFP; 45°ad no PHP e horizontais na sombra própria.

Uma situação idêntica a esta surge representada em projeções na página 7.

Sombras de pirâmides

Observa-se aqui como se determinam sombras projetadas e sombras próprias de pirâmides. Nesta página exemplifica-se com pirâmides de bases frontais.



Sombras de uma pirâmide regular com a base no PFP

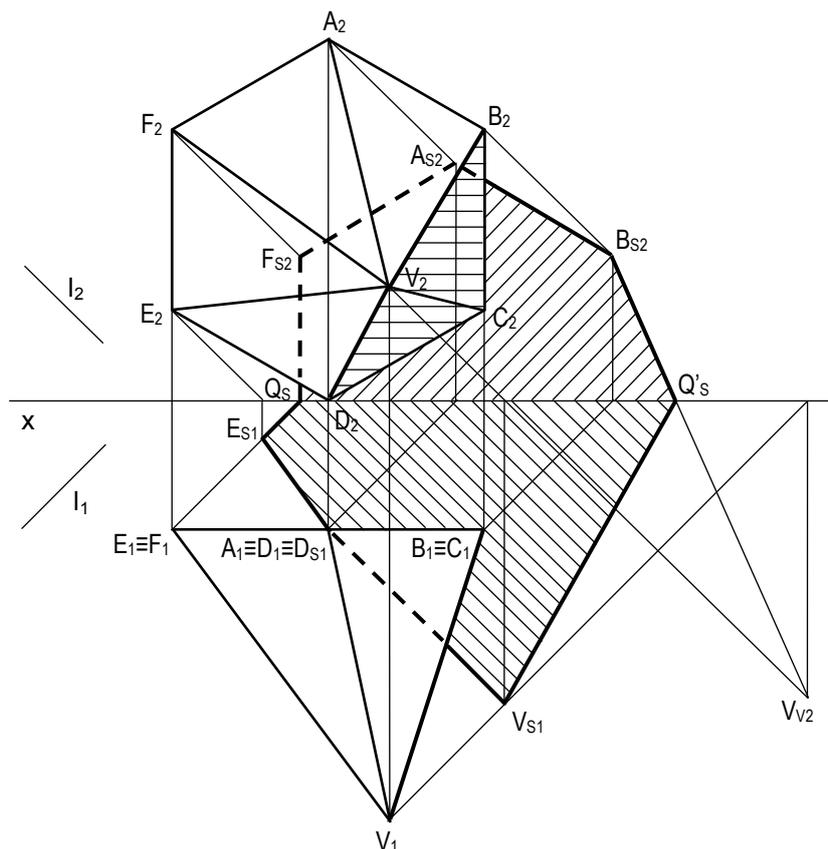
Estando a base no PFP, a sua sombra situa-se aí, pelo que basta determinar a sombra do vértice principal. Determina-se também a sombra virtual desse vértice por se encontrar no plano da base e assim se poder unir a ela.

A sombra própria é limitada pelas arestas [BV] e [DV], as mesmas cujas sombras limitam a mancha que se projeta nos planos de projeção.

Sombras de uma pirâmide oblíqua com a base frontal

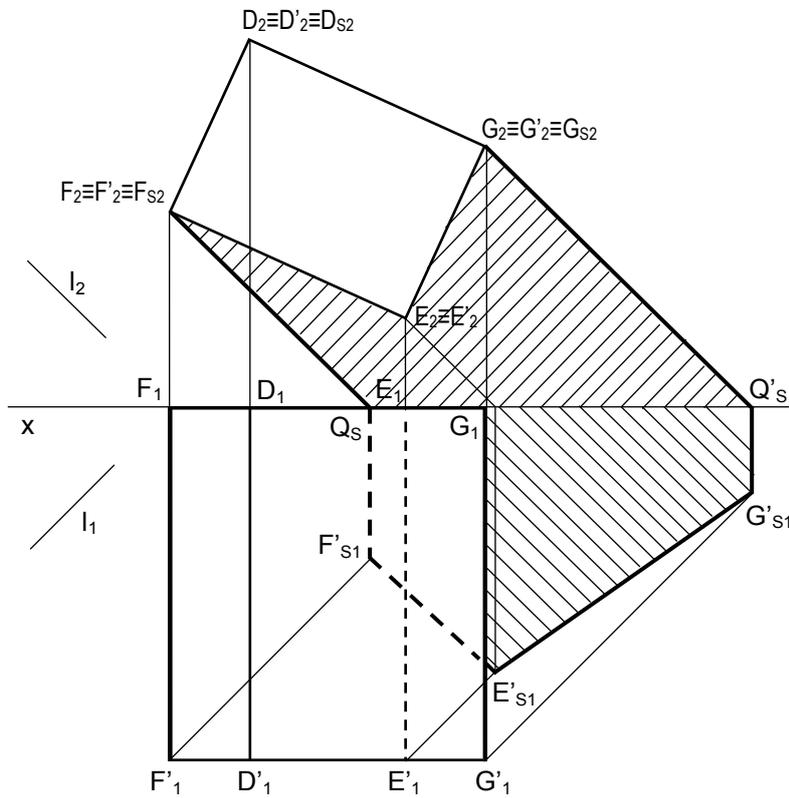
Aqui foram determinadas as sombras reais dos vértices da base, assim como ambas as sombras do vértice principal. As sombras dos vértices das bases que se unem às sombras do vértice principal são aquelas que permitem a maior abertura de ângulo a partir deste. A sombra de C não se indica por se situar no interior da mancha de sombra projetada.

As arestas [BV] e [DV] limitam a sombra própria. De notar que nesta situação a sombra própria não é visível em projeção horizontal.



Sombras de prismas

Aqui observa-se como se determinam sombras projetadas e sombras próprias de prismas. Nesta página exemplifica-se com prismas retos.



Sombras de um prisma reto com uma base no PFP

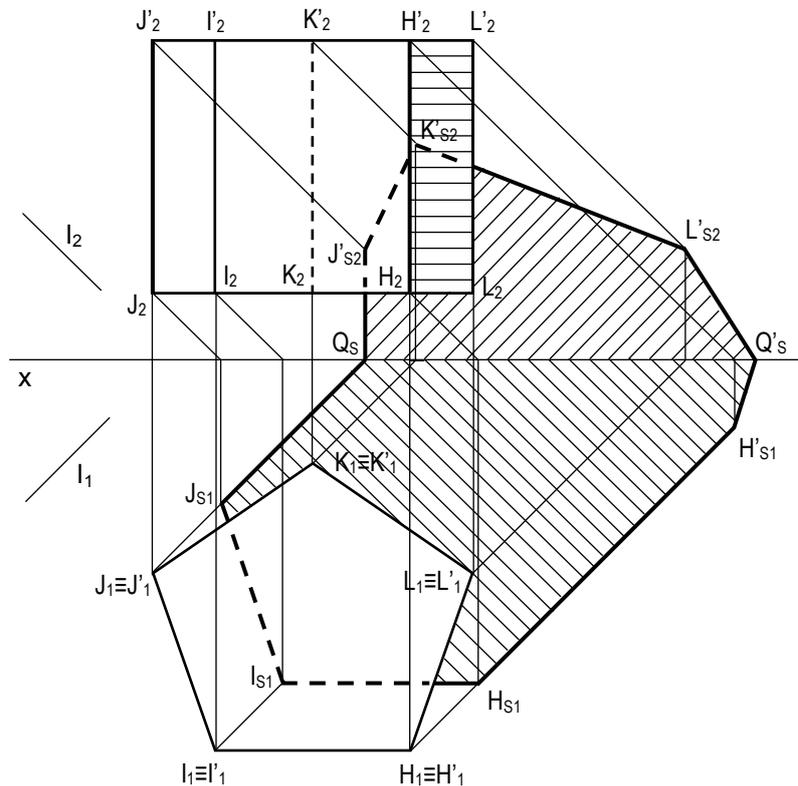
As arestas laterais são de topo, pelo que as suas sombras projetadas no PFP fazem 45°ad e as projetadas no PHP são perpendiculares ao eixo x, não havendo necessidade de recorrer a sombras virtuais.

As arestas [FF'] e [GG'] são as separatrizes da sombra própria que, neste caso, não é visível em nenhuma das projeções.

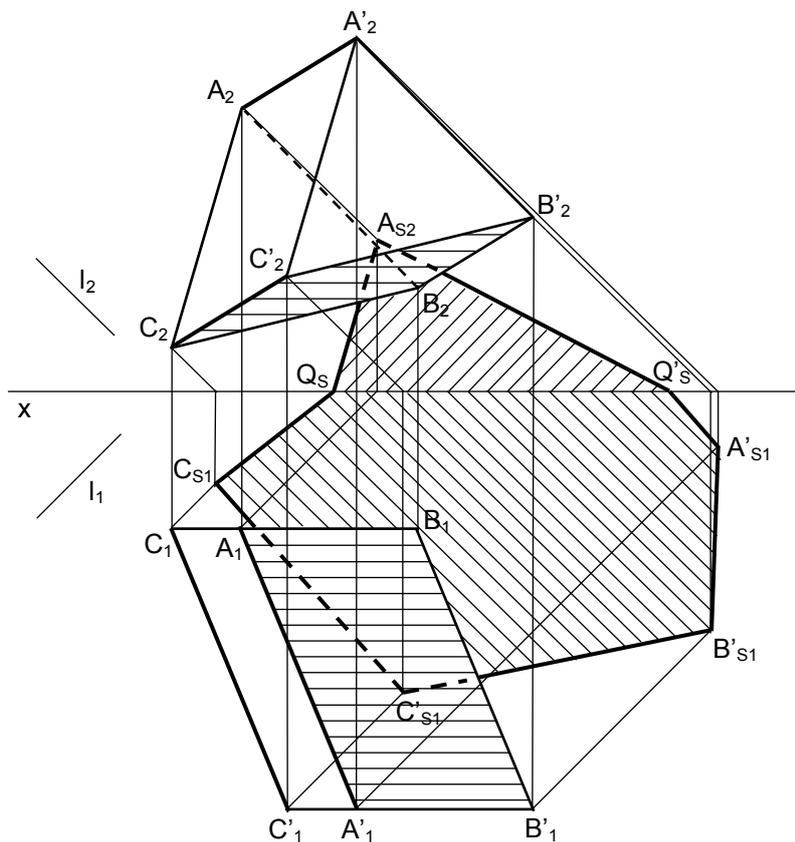
Sombras de um prisma regular com as bases horizontais

Também aqui não há necessidade de determinar sombras virtuais, dado que as arestas laterais são verticais. De notar que o segmento de reta [H's1Q's] é paralelo a [H'1L'1], o que permite determinar o ponto de quebra da direita.

As arestas [HH'] e [JJ'] são as separatrizes da sombra própria.



Nesta página observa-se como se determinam as sombras própria e projetada de mais dois prismas, o segundo com as bases de perfil.



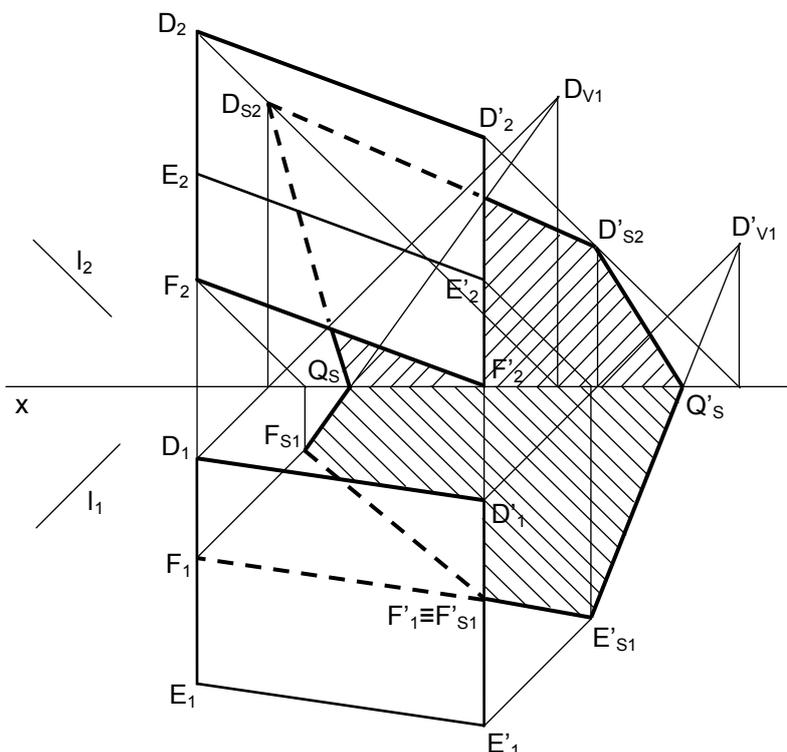
Sombras de um prisma oblíquo com as bases frontais

Aqui não foi feito uso de sombras virtuais, já que se tirou proveito de paralelismos. Determina-se o ponto de quebra da esquerda uma vez que $[A_2C_2]$ é paralelo a $[A_{2s}Q_s]$, e o da direita porque $[A'_{s1}Q'_s]$ é paralelo a $[C_{s1}C'_{s1}]$. Não se indica a sombra projetada pelo ponto B, uma vez que esta fica no interior da mancha da sombra projetada pelo sólido. A sombra própria é limitada pelas arestas $[AA']$ e $[CC']$.

Sombras de um prisma oblíquo com as bases de perfil

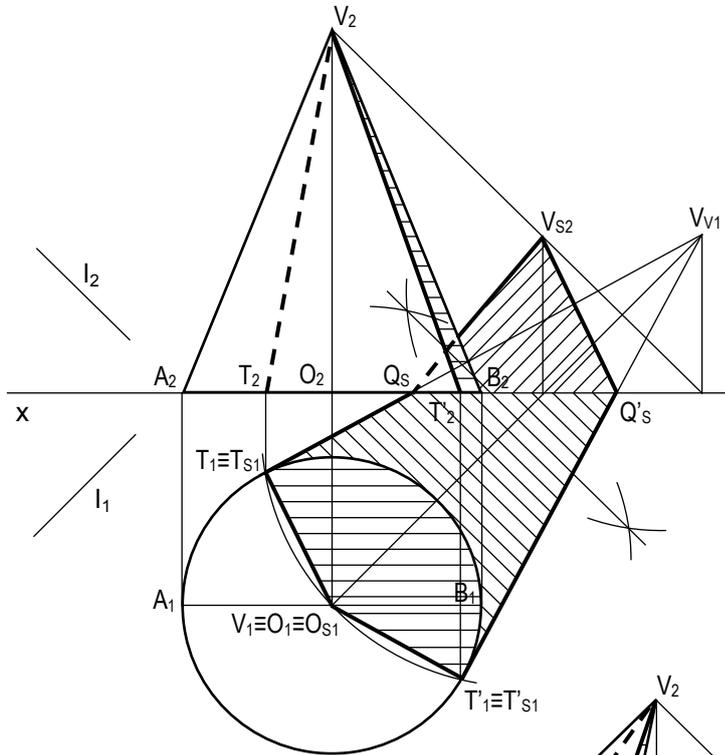
Aqui recorreu-se às sombras virtuais de dois pontos para determinar os pontos de quebra. Não se indica a sombra projetada pelo ponto E, uma vez que fica no interior da mancha projetada pelo sólido.

A sombra própria é limitada pelas separatrizes $[DD']$ e $[FF']$, não sendo visível em nenhuma das projeções.



Sombras de cones

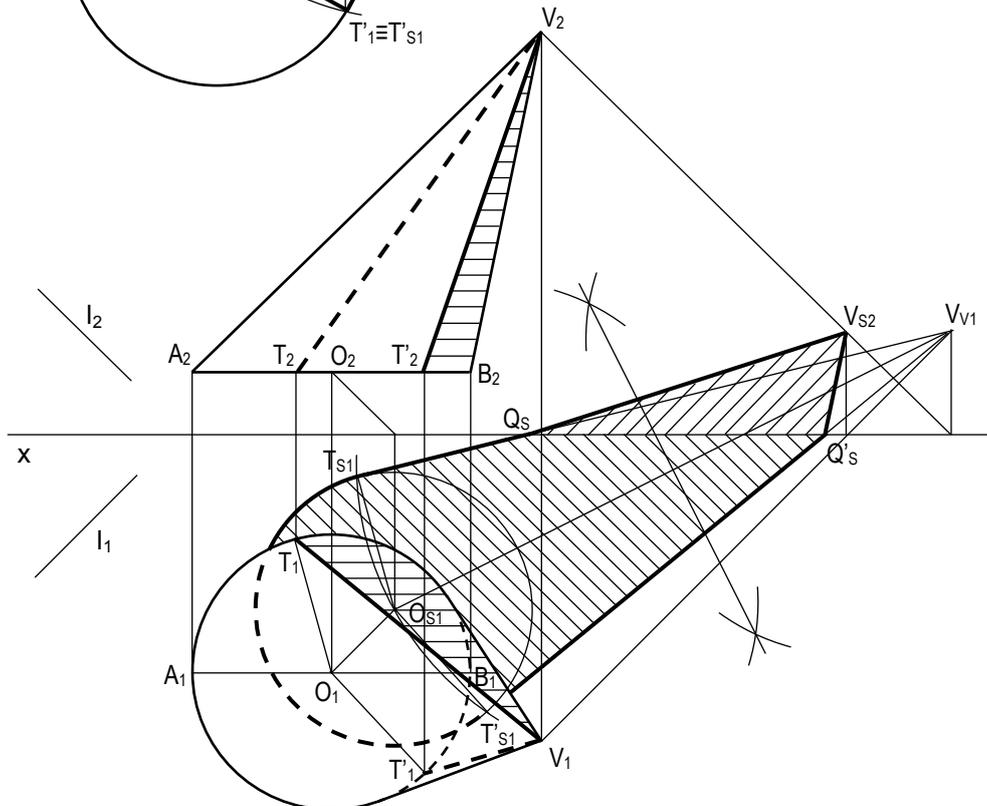
Nesta página observa-se como se determinam as sombras própria e projetada de dois cones com bases horizontais, sendo um reto e outro oblíquo.



Sombras de um cone de revolução com a base no PHP

A base do cone situa-se no PHP, por isso coincide com a sua sombra real. Determinando a sombra virtual do vértice, liga-se à sombra da base nos pontos de tangência T e T' . Os pontos de quebra fazem a ligação à sombra real do vértice. É nos pontos de tangência que nascem as separatrizes que limitam a sombra própria.

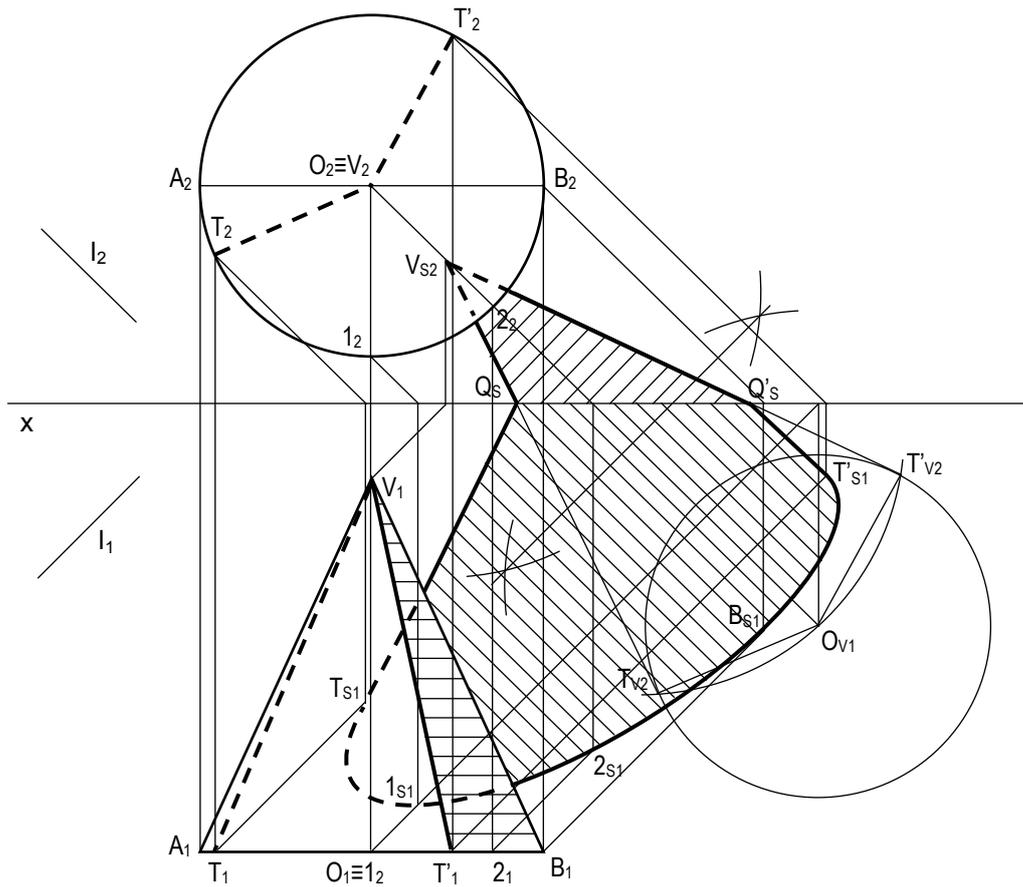
A sombra própria é limitada pelas separatrizes $[TV]$ e $[T'V]$.



Sombras de um cone oblíquo com a base horizontal

Determina-se a sombra da base e as sombras real e virtual do vértice. A sombra projetada determina-se de modo idêntico ao do exercício anterior. Para determinar as projeções dos pontos de tangência, T e T' , traçaram-se dois raios nas projeções da base paralelos aos da sombra, pois aqui as circunferências não coincidem.

Aqui mostra-se como se determinam as sombra de um cone em posição invertida.

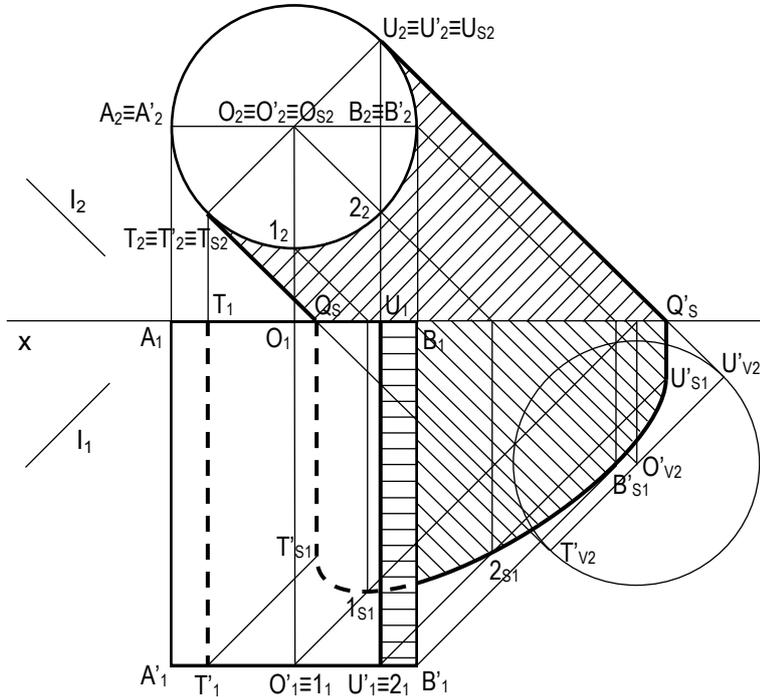


Sombras de um cone de revolução com a base frontal

Determina-se a sombra do vértice e a sombra da base no plano em relação ao qual esta é paralela, ou seja o PFP. A determinação dos pontos de tangência e dos pontos de quebra faz-se como nos casos da página anterior. Aqui toda a sombra real da base é elíptica, sendo utilizados os pontos 1, 2 e B para a determinar. A sombra própria é limitada pelas separatrizes [TV] e [T'V].

Sombras de cilindros

Quando se trata de cilindros com bases paralelas a um plano de projeção, sugere-se que se comece com a determinação das suas sombras nesse plano, sejam elas reais ou virtuais. Nesta página observam-se dois cilindros de revolução com as bases frontais.

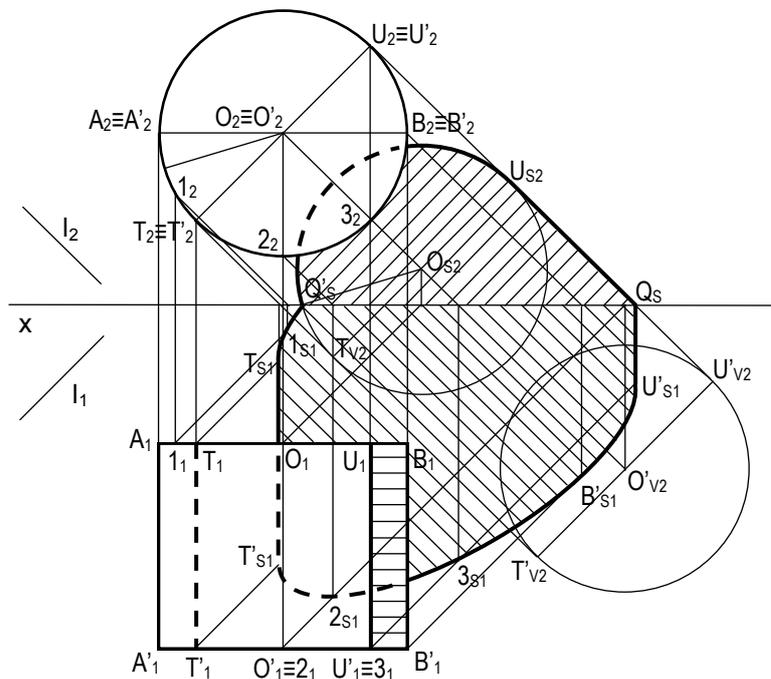


Sombras de um cilindro de revolução com uma base no PFP

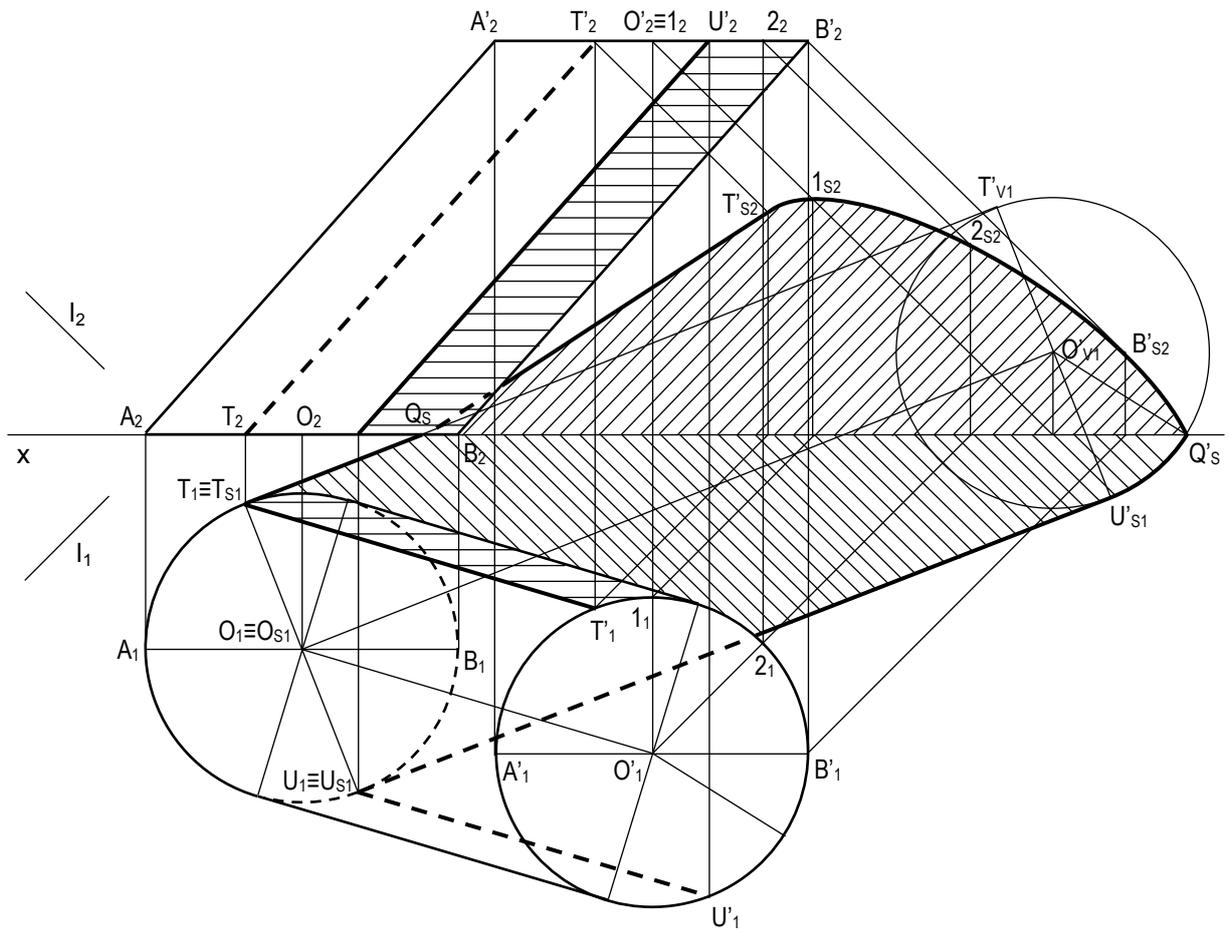
A sombra da base de afastamento nulo situa-se no PFP. Unindo as sombras projetadas pelas duas bases no PFP obtém-se toda a sombra projetada pelo cilindro nesse plano. Acima do eixo x essa sombra é real, abaixo é virtual. A sombra virtual passa a real através da determinação das sombras reais dos pontos de tangência T' e U' , assim como dos pontos 1, 2 e B' . A sombra própria é limitada pelas separatrizes $[TT']$ e $[UU']$.

Sombras de um cilindro de revolução com as bases frontais

Este caso tem semelhanças com o anterior, com a diferença de que a base de menor afastamento não se situa no PFP. Unindo as sombras projetadas pelas duas bases no PFP obtém-se toda a sombra projetada pelo cilindro nesse plano. De seguida passa-se para reais as sombras virtuais. De notar que um ponto de quebra está se situa no contorno reto e outro no contorno curvo da sombra projetada. Para determinar a sombra elíptica da base de maior afastamento foram utilizados os pontos 2, 3 e B' . O ponto 1 foi utilizado para determinar o pequeno arco de elipse da sombra da base de menor afastamento. A sombra própria é limitada pelas separatrizes $[TT']$ e $[UU']$.



Aqui temos as sombras de um cilindro oblíquo com as bases horizontais, estando uma delas no plano horizontal de projeção.



Sombras de um cilindro oblíquo com uma base no PHP

A base de menor cota tem a sua sombra no sítio onde se encontra, pelo que se determina apenas a sombra da base de maior cota. Os pontos de quebra surgem da união das sombras das suas bases, estando um no contorno reto, outro no contorno circular da sombra projetada. Para determinar a sombra da linha elíptica, foram utilizados os pontos 1, 2 e B'. As sombras próprias estão limitadas pelas separatrizes [TT'] e [UU'].

Sombras II – Exercícios

Sombras de pirâmides

1. Representar uma pirâmide regular com 7cm de altura, cuja base é o hexágono horizontal [ABCDEF], sendo $A(3;1;0)$ e $F(6;2;0)$ dois dos seus vértices consecutivos.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

2. Representar uma pirâmide regular com 6cm de altura, cuja base é o triângulo frontal [JKL], sendo $J(6;2;7)$ e $K(0;2;7)$ os seus vértices de menor cota. Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

3. Representar uma pirâmide oblíqua, cuja base é o pentágono horizontal [ABCDE], inscrita numa circunferência com 3cm de raio e centro em $O(4;3;3)$. o ponto A situa-se no PFP. O vértice principal é $V(7;9)$ e a sua abcissa é igual à do vértice da base que se situa mais à direita. Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

4. Representar uma pirâmide oblíqua, cuja base é o quadrado horizontal [FGHI], sendo $F(5;3;8)$ e $G(1;1;8)$ os seus vértices de menor afastamento. O vértice principal é $V(-1;3;0)$. Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

5. Representar uma pirâmide com 8cm de altura cuja base tem como vértices os pontos $R(7;0;1)$, $S(7;6;3)$ e $T(7;2;6)$. O vértice principal é V, sendo a aresta [TV] fronto-horizontal. Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

Sombras de prismas

6. Representar um prisma reto, com 4cm de altura e bases retangulares horizontais, sendo [JKLM] a de menor cota. $J(5;0;0)$ e $K(0;2;0)$ são os extremos de um dos lados maiores; os lados menores medem 3cm.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

7. Representar um prisma hexagonal regular com 5cm de altura e bases frontais, sendo [ABCDEF] a de maior afastamento, inscrita numa circunferência com centro em $X(2;8;4)$. Duas faces laterais do sólido são horizontais.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

8. Representar um prisma oblíquo com 5cm de altura, cujas bases são triângulos equiláteros. [DEF] é a de menor afastamento e está inscrita numa circunferência com 2,5cm de raio e centro em $O(4;1,5;4)$. O lado de menor cota da base é fronto-horizontal. As projeções frontais e horizontais das arestas laterais fazem 40° ad e 70° ad, respetivamente.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

9. Representar um prisma pentagonal oblíquo de bases horizontais, sendo o pentágono regular [ABCDE] a de menor cota, inscrita numa circunferência com 3,5cm de raio e centro em $O(4;4;2)$. O lado [AB] é fronto-horizontal e o de menor abcissa. A outra base está inscrita numa circunferência com centro em $O'(4;7;7)$.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

10. Representar um prisma regular com 3cm de altura e bases quadradas de perfil, sendo [ABCD] a de menor abcissa. $A(3;0;5)$ e $C(3;5;4)$ são dois vértices opostos dessa base.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

Sombras de cones

11. Representar um cone de revolução com 7cm de altura, cuja base é frontal com 3cm de raio e centro em $O(2;0;5)$.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

12. Representar um cone de revolução com 7cm de altura, cuja base é frontal, tem 3cm de raio e centro em $X(4;2;5)$.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

13. Representar um cone oblíquo cuja base é horizontal, tem 3cm de raio e centro em $O(4;3;4)$. O vértice é $V(10;8)$, sendo de perfil a geratriz situada mais à direita.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

14. Representar um cone oblíquo cuja base é horizontal, tem 3cm de raio e centro em $X(3;5;7)$. O ponto $V(8;7;1)$ é o vértice.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

15. Representar um cone de revolução com 8cm de altura, cuja base é de perfil, com 3cm de raio e centro em $O(0;5;4)$. O vértice situa-se à esquerda da base.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

Sombras de cilindros

16. Representar um cilindro de revolução com 6cm de altura e bases horizontais com 2,5cm de raio, uma delas com centro em $O(4;4;0)$.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

17. Representar um cilindro de revolução com 5cm de altura e bases horizontais com 3cm de raio, uma delas com centro em $X(4;3;3)$.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

18. Representar um cilindro oblíquo com 6cm de altura e bases frontais com 2,5cm de raio, uma delas com centro em $O(5;0;4)$. As geratrizes são horizontais e fazem 60° ad.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

19. Representar um cilindro oblíquo com 5cm de altura e bases frontais com 2,5cm de raio, uma delas com centro em $X(5;2;3)$. As projeções frontais e horizontais das geratrizes fazem 45° ad e 60° ad, respetivamente.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.

20. Representar um cilindro de revolução com 4cm de altura e bases de perfil, tendo a de menor abcissa centro em $O(-1;4;5)$.

Determinar as sombras própria e projetada do sólido nos planos de projeção.