

Exame Final Nacional de Matemática A
Prova 635 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2018

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Caderno 2

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

6 Páginas

Caderno 2: 75 minutos. Tolerância: 15 minutos.
Não é permitido o uso de calculadora.

8.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 8.1.** integra-se nos Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002 (**P2001/2002**).

O **item 8.2.** integra-se no Programa e Metas Curriculares de Matemática A, homologado em 2015 (**PMC2015**).

Responda apenas a um dos dois itens.

Na sua folha de respostas, identifique claramente o item selecionado.

P2001/2002

8.1. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a reta r definida pela condição

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} \wedge z = 3$$

Qual das seguintes equações vectoriais define a reta r ?

(A) $(x,y,z) = (3,0,3) + k(2,-1,0)$, $k \in \mathbb{R}$

(B) $(x,y,z) = (3,0,3) + k(2,-1,3)$, $k \in \mathbb{R}$

(C) $(x,y,z) = (-1,2,0) + k(2,-1,3)$, $k \in \mathbb{R}$

(D) $(x,y,z) = (-1,2,0) + k(2,-1,0)$, $k \in \mathbb{R}$

PMC2015

8.2. Qual é o valor de $\arcsen(1) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$?

(A) $\frac{7\pi}{6}$

(B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{3\pi}{4}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

9. Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere $w = 1 + \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}i^5}{1+2i}$

Sabe-se que w é uma raiz quarta de um certo complexo z .

Determine a raiz quarta de z cujo afixo (imagem geométrica) pertence ao primeiro quadrante.

Apresente o resultado na forma trigonométrica, com argumento pertencente ao intervalo $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

10.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 10.1.** integra-se nos Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002 (**P2001/2002**).

O **item 10.2.** integra-se no Programa e Metas Curriculares de Matemática A, homologado em 2015 (**PMC2015**).

Responda apenas a um dos dois itens.

Na sua folha de respostas, identifique claramente o item selecionado.

P2001/2002

10.1. Num saco, encontram-se quatro bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 0 a 3

Retiram-se, ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco.

Seja X a variável aleatória «produto dos números saídos».

Para um certo valor de k , tem-se que $P(X = k) = \frac{1}{2}$

Qual é o valor de k ?

- (A) 6 (B) 2 (C) 3 (D) 0

PMC2015

10.2. Seja k um número real.

Considere a sucessão convergente (u_n) definida por $u_n = \left(\frac{n+k}{n}\right)^n$

Sabe-se que o limite de (u_n) é solução da equação $\ln\left(\frac{x}{e}\right) = 3$

Qual é o valor de k ?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) 3 (C) $\frac{1}{3}$ (D) 4

11. Sejam a e b números reais superiores a 1 tais que $\ln b = 4 \ln a$

Determine o conjunto dos números reais que são soluções da inequação $a^x \geq b^{\frac{1}{x}}$

Apresente a resposta usando a notação de intervalos de números reais.

12. Seja g a função, de domínio $]-\infty, \pi]$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - 1}{4x} & \text{se } x < 0 \\ \frac{1}{2 - \text{sen}(2x)} & \text{se } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

12.1. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) A função g não tem zeros.
- (B) A função g tem um único zero.
- (C) A função g tem exatamente dois zeros.
- (D) A função g tem exatamente três zeros.

12.2. Averigue se a função g é contínua no ponto 0

Justifique a sua resposta.

12.3. Estude a função g quanto à monotonia no intervalo $]0, \pi]$ e determine, caso existam, os extremos relativos.

13. Considere a função f definida em $]0, \pi[$ por $f(x) = \frac{x}{\text{sen } x}$

Qual das equações seguintes define uma assíntota do gráfico da função f ?

- (A) $x = 0$ (B) $x = \pi$ (C) $x = 1$ (D) $x = \frac{\pi}{2}$

14. Na Figura 5, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função h , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $h(x) = \frac{\ln x}{x}$

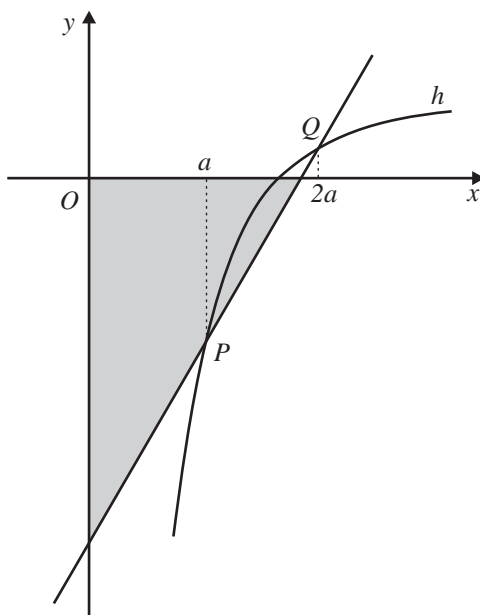


Figura 5

Para cada número real a pertencente ao intervalo $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$, sejam P e Q os pontos do gráfico da função h de abcissas a e $2a$, respetivamente.

Tal como a figura sugere, a reta PQ define, com os eixos coordenados, um triângulo retângulo.

Mostre que existe, pelo menos, um número real a pertencente ao intervalo $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ para o qual esse triângulo é isósceles.

Sugestão: comece por identificar o valor do declive da reta PQ para o qual o triângulo é isósceles.

FIM

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item											
Cotação (em pontos)											
8.1.	8.2.	9.	10.1.	10.2.	11.	12.1.	12.2.	12.3.	13.	14.	
8		12		8	13	8	13	13	8	12	95

TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)	200
--------------------------------------	------------

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Prova 635
1.^a Fase
CADERNO 2