COLÉGIO PAULO VI

12.º Ano

Ficha de trabalho nº15

Assunto: Cálculo de limites de funções **Proposta de Correcção**

1. $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2+2x-1\right)=(+\infty)^2+2\times(+\infty)-1=+\infty$

2. $\lim_{x\to-\infty}\left(x^4-x\right)=(-\infty)^4-(-\infty)=+\infty+\infty=+\infty$

3. $\lim_{x\to-\infty}\left[(2x+3)\times x^2\right]=\left[(-\infty)\times(-\infty)^2\right]=-\infty$

4. $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2+3}=\frac{1}{+\infty}=0^+$

5. $\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-5x}{3}=\frac{+\infty-5\times(-\infty)}{3}=\frac{+\infty}{3}=+\infty$

6. $\lim_{x\to1}\frac{3}{1-x}=\frac{3}{0}$

$\lim_{x\to1^+}\frac{3}{1-x}=\frac{3}{0^-}=-\infty$ $\lim_{x\to1^-}\frac{3}{1-x}=\frac{3}{0^+}=+\infty$

Como os limites laterais são diferentes, $\lim_{x\to1}\frac{3}{1-x}$ não existe.

7. $\lim_{x\to2}\frac{-5}{(x-2)^2}=\frac{-5}{0^+}=-\infty$

8. $\lim_{x\to+\infty}(1-3x)^5=(1-3\times(+\infty))^5=-\infty$

9. $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2+2x-1\right)$ **igual a 1.**

10. $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x+1}{3}=\frac{e^{+\infty}+1}{3}=\frac{+\infty}{3}=+\infty$

11. $\lim_{x\to+\infty}(1+\ln x)=1+\ln(+\infty)=+\infty$

12. $\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x+1}{3}=\frac{e^{-\infty}+1}{3}=\frac{0+1}{3}=\frac{1}{3}$

13. $\lim_{x\to0^+}(1+\ln x)=1+\ln\left(0^+\right)=1+(-\infty)=-\infty$

14. $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2-x\right)\overset{(+\infty-\infty)}{=}\lim_{x\to+\infty}x^2=+\infty$

15. $\lim_{x\to-\infty}\left(3x^3-x^2+7x\right)=3\times(-\infty)^3-(-\infty)^2+7\times(-\infty)=-\infty$

16. $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)\overset{(+\infty-\infty)}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=$

$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x+1}\right)^2-\left(\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1-x}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\frac{1}{+\infty}=0^+$

17.

$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+3}\right)\overset{(+\infty-\infty)}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2+3}\right)\left(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2+3}\right)}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2+3}}=$

$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2-\left(\sqrt{x^2+3}\right)^2}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2+3}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+1-x^2-3}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2+3}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-2}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2+3}}=\frac{-2}{+\infty}=0^-$

18. $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^3+1}{x^2+x}\overset{\left(\frac{+\infty}{+\infty}\right)}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^3}{x^2}=\lim_{x\to+\infty}2x=+\infty$

19. $\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-x^5}{x^5+x}\overset{\left(\frac{+\infty}{-\infty}\right)}{=}\lim_{x\to-\infty}\frac{-x^5}{x^5}=\lim_{x\to-\infty}-1=-1$

20. $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{x}\overset{\left(\frac{+\infty-\infty}{+\infty}\right)}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}{x\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x+1}\right)^2-\left(\sqrt{x}\right)^2}{x\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}=$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1-x}{x\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}=\frac{1}{+\infty}=0^+$

21. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{2x}\overset{\left(\frac{+\infty}{+\infty}\right)}{=}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2}\times\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=\dfrac{1}{2}\times(+\infty)=+\infty$

22. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x}{2^x}\overset{\left(\frac{+\infty}{+\infty}\right)}{=}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\frac{2^x}{4x}}=\dfrac{\lim\limits_{x\to+\infty}1}{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{4}\times\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2^x}{x}}=\dfrac{1}{\frac{1}{4}\times(+\infty)}=\dfrac{1}{+\infty}=0^+$

23. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{2x}\overset{\left(\frac{+\infty}{+\infty}\right)}{=}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2}\times\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=\dfrac{1}{2}\times 0=0$

24. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x+1}{2x}\overset{\left(\frac{+\infty}{+\infty}\right)}{=}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{e^x}{x}+\frac{1}{x}}{\frac{2x}{x}}=\dfrac{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}+\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}}{\lim\limits_{x\to+\infty}2}=\dfrac{+\infty+0}{2}=+\infty$

25. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{3\ln x}\overset{\left(\frac{+\infty}{+\infty}\right)}{=}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\frac{3\ln x}{x}}=\dfrac{\lim\limits_{x\to+\infty}1}{\lim\limits_{x\to+\infty}3\times\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}}=\dfrac{1}{3\times 0}=\dfrac{1}{0^+}=+\infty$

26. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{x}\times 3x\right)\overset{(0\times(+\infty))}{=}\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x}{x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}3=3$

27. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\dfrac{1}{x^2-1}\times(x+1)\right]\overset{(0\times(-\infty))}{=}\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\dfrac{x+1}{x^2-1}\right]\overset{\left(\frac{-\infty}{+\infty}\right)}{=}\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{+\infty}=0^+$

28. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3+1}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+1)(x^2+2x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2+2x+1}{x^2-x+1}=\dfrac{1-2+1}{1+1+1}=0$

29. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim\limits_{x\to4}\dfrac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)(\sqrt{x}+2)}=\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x-4}{(x-4)(\sqrt{x}+2)}=\lim\limits_{x\to4}\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{1}{4}$

30. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-9}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim\limits_{x\to3}\dfrac{(x-3)(x-2)}{(x-3)(x+3)}=\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x-2}{x+3}=\dfrac{1}{6}$

31. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{-3}{x^2}=\dfrac{-3}{0^+}=-\infty$

32. $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{x-1}{x-2}=\dfrac{1}{0^-}=-\infty$

33. $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}^+}\dfrac{x^2-2}{2x+1}=\dfrac{\left(-\frac{1}{2}\right)^2-2}{0^+}=\dfrac{-\frac{7}{4}}{0^+}=-\infty$

34. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4}{x-2}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim\limits_{x\to2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}(x+2)=4$