COLÉGIO PAULO VI

Ficha de Avaliação

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos | 8.11.2011

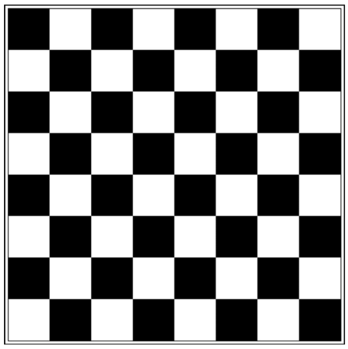
12.º Ano de Escolaridade

Grupo I

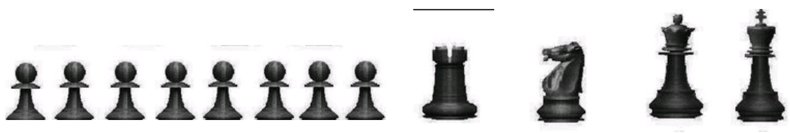
- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. Colocaram-se numa urna 12 bolas, indistinguíveis pelo tato, numeradas de 1 a 12. Tirou-se uma bola da urna e verificou-se que o respetivo número era par. Essa bola não foi reposta na urna.
Tirando, ao acaso, outra bola da urna, a probabilidade desta bola ser par é:

(A) $\frac{5}{11}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{1}{2}$



2. Considere um tabuleiro de xadrez como o que está representado na figura ao lado.
Supondo que qualquer peça pode ocupar qualquer lugar, de quantas formas diferentes podemos dispor no tabuleiro oito peões brancos, uma torre, um cavalo, o rei e a rainha?



Notar que: os oito peões brancos são iguais entre si.

(A) ${}^{28}C_{12} \times 12!$

(B) ${}^{64}C_8 \times 8! \times {}^{56}C_4$

(C) ${}^{64}C_8 \times {}^{56}A_4$

(D) ${}^{64}A_8 \times {}^{56}C_4$

3. No triângulo de Pascal considere a linha que contém os elementos da forma ${}^{2011}C_p$.
Quantos elementos dessa linha são menores que ${}^{2011}C_3$?

(A) 6 (B) 4 (C) 3 (D) 2

4. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega \quad e \quad B \subset \Omega)$.
Sabe-se que $P(A) = 0{,}3$; $P(\overline{A} \cap B) = 0{,}2$ e $P(A \cap B) = 0{,}25$.
Então pode afirmar-se que:

(A) $P(\overline{A}) = 0{,}6$

(B) $P(A \cap \overline{B}) = 0{,}06$

(C) $P(A / B) = \dfrac{2}{3}$

(D) $P(B / A) = \dfrac{5}{6}$

5. No sistema decimal, quantos números de quatro algarismos diferentes existem entre 1000 e 4600?

(A) 3600 (B) 2325 (C) 1792 (D) 3014

Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Considere o seguinte problema:

"Lançam-se dois dados equilibrados e somam-se os pontos apresentados nas faces viradas para cima. O jogador ganha se a soma dos pontos é múltipla de 3.

Qual é a probabilidade de o jogador ganhar?"

A resposta dada por um aluno foi a seguinte:

"Os resultados, ou seja, somas, que podem ocorrer são 2, 3, 4, 5 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12.

Há, portanto, 11 casos possíveis.

Os casos favoráveis, à soma ser múltipla de 3, são quatro: 3, 6, 9 e 12.

Logo, a probabilidade de o jogador ganhar o jogo é $\dfrac{4}{11}$*."*

Acha que o aluno respondeu corretamente? Porquê?

2. Numa turma do 12º ano, $\frac{3}{5}$ dos alunos são do sexo feminino.

Sabe-se ainda que 10% das alunas pretendem tirar um curso de Engenharia, enquanto que, dos rapazes, essa percentagem é o dobro.

2.1 Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma.

2.1.1 Determine a probabilidade de esse aluno:

a) pretender tirar um curso de Engenharia sabendo que é do sexo feminino.

b) ser um rapaz que pretende tirar um curso de Engenharia;

c) pretender tirar um curso de Engenharia.

2.1.2 Considere os acontecimentos H e E, seguintes.

M:" o aluno escolhido ser uma rapariga"

E:"o aluno escolhido pretender tirar um curso de Engenharia"

Averigue se são, ou não, acontecimentos independentes.

2.2 Suponha agora que essa turma tem **30 alunos**.

Os alunos pretendem organizar uma viagem de finalistas e para isso vão eleger uma comissão de **cinco** elementos, que irá tratar de todos os pormenores. Para que todos saibam quais as suas funções, decidiram que essa comissão teria que ter um presidente, um tesoureiro e um secretário e que os restantes dois elementos seriam apenas de apoio.

A Maria, que é a delegada, sugeriu também que as comissões deviam ser mistas, isto é, tinham que ter pelo menos um rapaz e pelo menos uma rapariga.

2.2.1 Prove que, **nestas condições**, é possível formar 7988760 comissões.

2.2.2 Supondo que a escolha da comissão é feita ao acaso, qual é a probabilidade de a Maria ser a presidente da comissão e o Bernardo, que é muito distraído, não fazer parte dela?

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

2.2.3 Suponha que já foi escolhida uma comissão que, curiosamente, é constituída por cinco alunos de diferentes alturas. Essa comissão vai posar para uma fotografia.

Sejam A e B os acontecimentos:

A:” o aluno mais alto fica no extremo direito”

B:” os alunos dispõe-se por ordem crescente das suas alturas, da esquerda para a direita”

Numa pequena composição (cinco a dez linhas), sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $P(B/A)$, começando por interpretar o significado de $P(B/A)$, no contexto da situação descrita e fazendo referência:

- ao número de casos possíveis;
- ao número de casos favoráveis.
- à regra de Laplace;

3. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sabe-se que Ω é um conjunto finito e que todos os acontecimentos elementares são equiprováveis. Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega \quad e \quad B \subset \Omega)$ tais que:

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3} \ \wedge \ P(A \cap B) = \frac{2}{3} P(A) \ \wedge \ P(B) \times P(\overline{B}) = \frac{3}{16}.$$

Prove que os acontecimentos A e B têm o mesmo número de elementos.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I ……………………………..(5 x 10 pontos) ……………… 50 pontos

Grupo II..150 pontos

- **1. ……………………………………………………… 15 pontos**
- **2. ……………………………………………………… 115 pontos**

  - **2.1 ………………………………………………65 pontos**
    - **2.1.1 ……………………………… 45 pontos**
      - **a) ……………........ 15 pontos**
      - **b)………………….. 15 pontos**
      - **c)………………….. 15 pontos**
    - **2.1.2 ……………………………… 20 pontos**

  - **2.2 ………………………………………………50 pontos**
    - **2.2.1 ……………………………… 15 pontos**
    - **2.2.2 ……………………………… 15 pontos**
    - **2.2.3……………………………… 20 pontos**

- **3. ……………………………………………………… 20 pontos**

Total ……………………………………………………………… 200 pontos